КЛУБ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТАЛАНТИ – УЧЕБНА 2019- 2020 ГОДИНА

КЛАС:	**2**
КРЪГ:	**1**
СРОК **за изпращане решенията на задачите:**	**10 октомври** **talanti_3@abv.bg**

ИГРА СЪС ЗАРОВЕ

Зарът е малък предмет, на който са записани числа.

Най-често за **ЗАР** се използва **кубче.** На него са записани точки, чийто брой е 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

Кубчето има 6 стени. Всяка стена има 4 съседни и една, която не е съседна и се нарича срещуположна.

Обикновено заровете са такива, че сборът на броя на точките върху всеки две срещуположни стени е 7.

Прието е да се казва, че при хвърлянето на зар се **пада число** **(или улучили сме)** и тогава

се има се предвид числото, което е отгоре на зара

На картинката е изобразен зар.

Кое е числото, което се е паднало?

Отговор: паднало се е числото 3.

Кои числа не се виждат?

Отговор: Не се виждат числата 2, 4 и 6.

Колко е сбора на числата, които се виждат?

Отговор: 1 + 3 + 5 = 9.

Колко е сбора на числата, които НЕ се виждат?

Отговор: 2 + 4 + 6 = 12.

Кои са числата, които съответстват на броя точки на съседните стени на стената с 1 точка?

Обяснение: Двете съседни стени се виждат – това са 5 и 3.

На срещуположната стена на 5 е такова число, че 5 + □ = 7, т.е. на стената е 2.

Тази стена е съседна на стената 1.

На срещуположната стена на 3 е такова число, че 3 + □ = 7, т.е. на стената е 4.

Тази стена е съседна на стената 1.

Отговор: Съседните стени на стената 1 са стените 3, 5, 2 и 4.

На картинката са показани два еднакви зара. Единият ще показва 1, а другият – **6**. Сборът на числата върху двата зара е 1 + **6** = 7. При какви показания на заровете ще получим също сбор 7?

Решението ще намерим, ако намерим числата, които трябва да поставим в квадратчетата, така че:

□ + 5 =7,

3 + □ =7.

Продължаваме със следната

Задача 1. Колко е броят на възможните различни сборове, които се получават при събиране на резултатите при хвърлянето на **два еднакви зара**?

Пояснение: На картинката се е паднал сбор 6.


Решение: При хвърлянето на два зара най-малкият възможен сбор е 2, когато и на двата зара се е паднало числото 1. Най – големият възможен сбор е 12, когато и на двата зара се е паднало числото 6.

Тогава възможните сборове са всички числа от 2 до 12, т.е. 11 възможности.

Задача 2. Възможно ли е при хвърлянето на **3** зара да се получат такива числа най-отгоре на зарчетата, че техният сбор да е 17?

Решение: При хвърлянето на три зара най- големият сбор е 18 – при три шестици (6 + 6 + 6). За да се получи сбор 17, на един от заровете трябва да има 5 точки.

Отговор: Да, възможно е при хвърлянето на 3 зара да се получат такива числа най-отгоре на зарчетата, че техният сбор да е 17.

Задача 3. При хвърлянето на три зара са се паднали такива числа, че техният сбор е **4**. На колко зара се е паднало числото 1?

Решение:

От 1 + 1 + 1 = 3, следва че сбор 4 ще се получи при две единици (1) и една двойка (2).

Отговор: На два зара се е паднало числото 1.

Задача 4. При хвърлянето на три зара са се паднали такива числа, че техният сбор е 16. На колко зара се е паднало числото 5?

Решение: При хвърлянето на три зара най- големият сбор е 18 – при три шестици (6 + 6 + 6). За да се получи сбор 16, трябва да отнемем 2 точки – това можем да направим на едно събираемо

6 + 6 + **4,**

или на две събираеми

$$6 + \mathbf{5} + \mathbf{5}.$$

Отговор: Числото 5 може да не се падне (на 0 зара), но може да се падне на 2 зара..

Задача 5. При хвърлянето на три зара са се паднали такива числа, че техният сбор е 16. На колко зара се е паднало числото 6?

Решение:

При хвърлянето на три зара най- големият сбор е 18 – при три шестици (6 + 6 + 6). За да се получи сбор 16, трябва да отнемем 2 точки – това можем да направим на едно събираемо

$$6 + 6 + \mathbf{4},$$

или на две събираеми

$$6 + \mathbf{5} + \mathbf{5}.$$

Отговор: Числото 6 може да се падне на 2 зара, но може да се падне и само на 1 зар.

Задача 6. *(сп. „Математика”, брой 2, 2004 г.)* Кула е построена от 3 класически зарчета (*сборът от точките върху всеки две срещуположни страни е 7*) поставени едно върху друго. Отстрани се виждат само от първия зар 6 и 4, от втория зар – 3 и 1, от третия зар, който е най- отгоре - 5, 4 и 6. Колко е сборът на точките, които не се виждат?

Решение: Сборът на всички точки върху страните на едно зарче е 21, защото

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21.$$

Сборът от точките на три зарчета е

$$21 + 21 + 21 = 63.$$

Сборът от точките, които се виждат, е 29.

Тогава сборът от точките, които не се виждат е

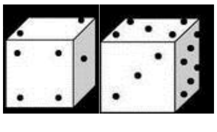
$$63 – 29 = 34.$$

Отговор: 34.

Задача 7. (*МГ”Баба Тонка”-гр.Русе , прием след 4 клас*)

За всяко от двете зарчета на фигурата е намерен сборът от точките върху невидимите стени. Сборът от броя на точките върху срещуположните стени на всяко зарче е 7.

Да се намери разликата на тези две числа



А) 7

Б) 8

В) 13

Г) 11

Д) 6

Решение: Сборът от точките върху всеки зар е 21.

На първия зар сборът от видимите точки е 1 + 2 + 4 = 7, тогава сборът на невидимите точки е 21 – 7 = 14.

На втория зар сборът от видимите точки е 3 + 5 + 6 = 14, тогава сборът на невидимите точки е 21 – 14 = 7.

Търсената разлика е 14 - 7 = 7.

Отговор: А) 7.

Задача 8. (*Математически турнир „Черноризец Храбър”*)

Когато хвърлих едновременно три зара, **всяко показваше различно число** от останалите От сбора на две от числата извадих третото и получих 10. Колко е бил сборът от точките на трите зара?

A) 11

B) 12

C) 13

D) 14

E) 15

Решение: Задачата свеждаме до

$$\square + \square = 10 + \square$$

Сборът 10 + □ е число от 10 +1 = 11 до 10 + 6 = 16.

Сборът □ + □ е число от 1 + 1 = 2 до 6 + 6 = 12.

Тогава равенството

$$\square + \square = 10 + \square$$

е възможно, когато

$$\square + \square = 11 \text{ и } 10 + \square = 11$$

и също така, когато

$$\square + \square = 12 \text{ и } 10 + \square = 12.$$

Това е възможно, когато:

- двата зара са показвали 6 и 5, а третия е показвал 1;
- двата зара са показвали 6 и 6, а третия е показвал 2.

Но трите зара са показвали различно число.

Тогава е възможно само 6 + 5 = 10 + 1.

Точките на трите зара са имали сбор 6 + 5 + 1 = 12.

Отговор: B) 12.

Задача 9.(*Математическо кенгуру, 2011)* На чертежа са дадени три зарчета залепени едно над друго. Сборът от точките на всеки две залепени стени е 5. На предната стена на долното зарче има една точка. Останалите стени са замацани и точките не се виждат. Колко са точките на горната стена на най-горното зарче ,означено с X, ако сборът от точките на всеки две срещуположни стени на всяко от зарчетата е 7? (без залепените)

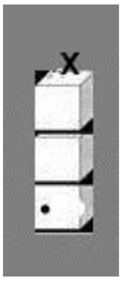
A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6



Решение.

Сборът от точките на горната и на долната стена на тялото и на залепените стени е 7 + 7 + 7= 21.

Тъй като сборът на всеки две залепени стени е 5, тогава сборът на точките от залепените стени е 5 + 5 = 10.

Тогава сборът на най-горната стена X и стената най-отдолу е 21 – 10 = 11.

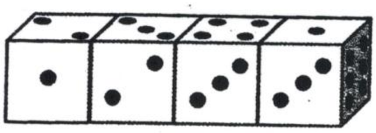
Сбор 11 се получава само ако X = 5 или X = 6.

Не е възможно X да е 5, защото тогава на зара, който е отдолу ще има две шестици. Една срещу 1 и една най-отдолу.

Получаваме че X = 6.

Задача 10. *(Математическо кенгуру, 2008)*

Четири еднакви зарчета са поставени в редица, както е показано на фигурата.



Погледнато отгоре: на първото зарче е 2, на второто 3, на третото – 4, на четвъртото – 1.

Погледнато отстрани - на първото зарче е 1, на второто 2, на третото 3, на четвъртото 3.

Върху страните на всяко от тях има 1, 2, 3, 4, 5 или 6, като всеки две стени са с различен брой точки. Зарчетата обаче **не са стандартни**, т.е. не е задължително сборът от точките на срещуположните им стени да е равна на 7.

Намерете сборът от точките върху шестте допиращи се две по две страни.

A) 19

B) 20

C) 2

D) 22

E) 33

Отговор: B) 20.

Решение: От фигурата се вижда, че съседни стени на стената с 3 точки са тези:
- с 2 (от второто зарче отляво надясно);

- 1 и 6 точки (от четвъртото зарче отляво на дясно).

Тогава върху лявата и долната стена на четвъртото зарче има 2 и 4 точки.

Но отдолу на четвъртото зарче не може да бъде 2. Защото ще излезе ме 1 и 2 са на срещуположни стени, а те са на съседни стени (вижте първото зарче отляво надясно).

Така установихме, че **четвъртото зарче се допира до третото със стена 2.**

Дотук установихме, че срещу 1 е 4, срещу 2 е 6, срещу 3 е 5.

Това ни помага да намерим броя на точките на на лявата и дясната страна на третото зарче, **които участват в допирането са 2 и 6.**

Да разгледаме второто зарче срещу 3 е 5, срещу 2 е 6. Тогава допирните стени на това зарче са 1 и 4.

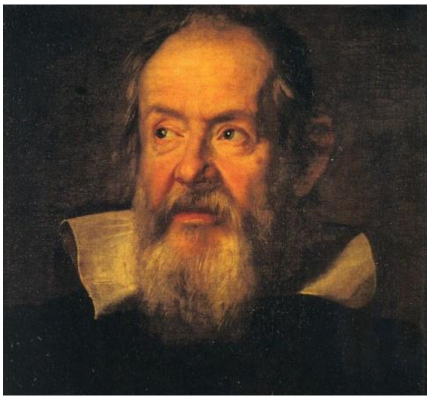
За другите две стени остават 3 и 5.

Къде обаче са точките 3 и 5 на първото зарче?

За целта ни помага разположението на числата върху първото зарче - участващата в допирането стена на първото зарче съдържа 5 точки.

Тогава търсеният сбор е 2 + 2 + 6 + 1 + 4 + 5 = 20.

ЗАДАЧАТА НА ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ



*Великият италиански учен **Галилео Галилей**, който може би е най-големият родоначалник на научната методика, е роден в 1564 г. в Пиза. Изобретяването на телескопа и многото открития, до които той води, правят прочуто името на Галилео.*

С името на Галилей е свързана и следващата

Задача 11. Кое е по-вероятно – да се падне 9 или 10 като сбор от хвърлянето на **три различни** класически зара?

Отговор: При хвърлянето на **три различни** класически зара по-вероятно е да се падне 10.

Ето и решението:

Числото 9 трябва да се представи като сбор на три събираеми, всяко от които е най-малко 1, а най-много е 6, следователно:

9= 1 + 2 + 6 = 1 + 3 + 5 = 1 + 4 + 4 = 2 + 3 + 4 = 2 + 2 + 5 = 3 + 3 + 3,

а числото 10 по следния начин:

10 = 1 + 4 + 5 = 1 + 3 + 6 = 2 + 2 + 6 = 2 + 3 + 5 = 2 + 4 + 4 = 3 + 4 + 3.

Освен това отбелязваме, че 1, 2 и 6 могат да се паднат в следния ред:

1 + 2 + 6; 1 + 6 + 2; 2 + 1 + 6; 2 + 6 + 1; 6 + 2 + 1; 6 + 1 + 2.

По същия начин е представянето на всеки от останалите сборове

(1 + 3 + 5; 1 + 5 + 3; 3 + 1 + 5; 3 + 5 + 1; 5 + 3 + 1; 5 + 1 + 3 и т.н. за всеки сбор).

Горното представяне като сбор на ***три различни*** събираеми може да се случи по 6 начина.

Трябва да се съобрази, че ***две от събираемите може да са равни***, а ***третото събираемо да е различно*** от тях. Тогава има три различни представяния:

Например: 1 + 4 + 4 = 4 + 1 + 4 = 4 + 4 + 1.

Представянето, в което и ***трите събираеми са равни***, е единствено.

Например: 3 + 3 + 3.

Следователно има 3 начина на представяния: чрез ***сбор от различни събираеми*** (1 + 2 + 6, 1 + 3 + 5 и 2 + 3 + 4), две представяния чрез ***сбор с две равни събираеми*** (1 + 4 + 4 и 2 + 2 + 5) и едно представяне с 3 ***равни събираеми***. Получава се, че сборът от точките при хвърлянето на три зара може да е 9 при 25 възможности

(= 6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 1).

По подобен начин се представят възможностите за числото 10.

10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 6 + 3 = 3 + 1 + 6 = 3 + 6 + 1 = 6 +1 + 3 = 6 + 3 + 1

10 = 1 + 4 + 5 = 1 + 5 + 4 = 4+ 1 + 5 = 4 + 5 + 1 = 5 + 1 + 4 = 5 + 4 + 1

10 = 2 + 2 + 6 = 2 + 6 + 2 = 6 + 2 + 2

10 = 2 + 3 + 5 = 2 + 5 + 3 = 3+ 2 + 5 = 3 + 5 + 2 = 5 + 2 + 3 = 5 + 3 + 2

10 = 2 + 4 + 4 = 4 + 2 + 4 = 4 + 4 + 2

10 = 3 + 3 + 4 = 3 + 4 + 3 = 4 + 3 + 3

Сборът от точките при хвърлянето на три зара може да е 10 при 27 възможности

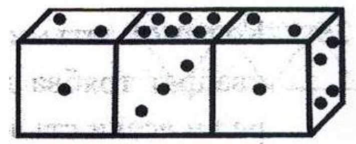
(= 6 + 6 + 3 + 6 + 3 + 3). **Следователно вероятността сборът от точките да е 10 е по-голяма.**

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 12. (*Математическо кенгуру, 2008*) Данчето хвърлила зар последователно 4 пъти и като събрала точките от всяко хвърляне, получила 23. Колко пъти е хвърлила шестица?
A) нито веднъж **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** не може да се определи

Задача 13. (*Математическо състезание Академик „Кирил Попов”, Шумен*) На стените на куб са написани числата 3, 4, 5, 6, 7 и 8. Кубчето е хвърлено 2 пъти. Първият път сборът от числата на страничните стени е 20, а вторият път сборът от числата на страничните стени е 25. Кое число е написано на стената, която лежи срещу стената, на която е написано числото 6?

Задача 14. (*Математическо кенгуру, 2010*) Три зарчета са долепени, както е показано на картинката:



И трите са „истински”, т.е. сборът от точките на всеки две срещуположни стени е равна на 7. Да се намери сборът на точките на долепените стени.

A) 12

B) 13

C) 14

D) 15

E) 16

Задача 15. Кой е по-вероятният сбор при хвърлянето на три зара – сбор 4 или сбор 3? Обосновете отговора си.

Задача 16. (*WMI, Фукуока, 2019*) На всяко зарче има от 1 до 6 точки на всяка от 6-те страни. Сборът на точките на двете отсрещни страни е 7. Разгледайте позицията на зарчето на фигурата. Сборът на видимите точки може да е най-малко 1 и най-много $4+5+6=15$. Кои сборове от 1 до 15 не можем да видим на фигурата при тази позиция на зарчето? Пресметнете общия им сбор.