

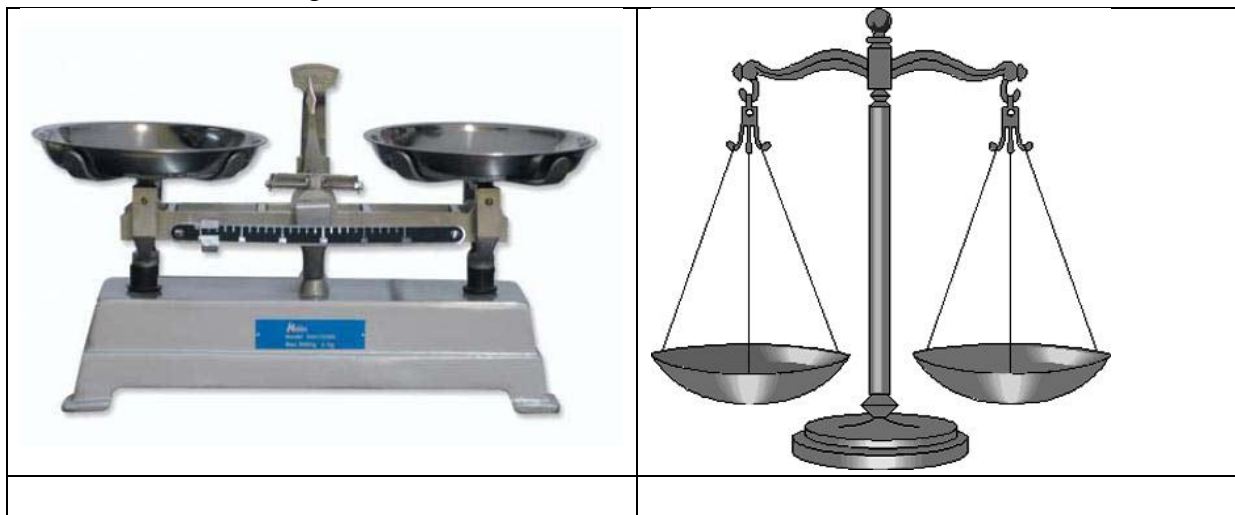
## КЛУБ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТАЛАНТИ – УЧЕБНА 2019- 2020 ГОДИНА

<b>КЛАС:</b>	<b>3</b>
<b>КРЪГ:</b>	<b>1</b>
<b>СРОК</b> за изпращане решенията на задачите:	<b>10 октомври</b> <b>talanti_3@abv.bg</b>

### ЗАДАЧИ ЗА ИЗРАВНЯВАНЕ

#### Здравейте!

Виждали ли сте на пазара или на други места взни с две блюда, чрез които се измерва теглото на някои неща – плодове, зеленчуци, други продукти? Какво обикновено се прави с нея: от едната страна се слагат някои от тези неща, а от другата – теглилки, така че блюдата да се ИЗРАВНЯТ. Понякога се налага и при измерването неща да се слагат теглилки, т.е. от двете страни. Така се преценя теглото на нещата, които искаме да измерим.



Това се използва и при решаването на различни задачи по математика. По-долу ви предлагаме такива и се надяваме, че ще се справите с решаването им с лекота.

Започваме със следната

**Задача 1.** (състезание „Димо Малешков”, 2009 г.) В едното блюдо на везна са поставени 6 еднакви шоколада и тежест от 50 грама. В другото и блюдо са поставени 1 брой от същия шоколад, една теглилка от 100 грама и една теглилка от 200 грама. Везната се уравни. Колко тежи един шоколад?

А) 60 грама                      Б) 75 грама                      В) 50 грама                      Г) не може да се определи

**Решение:** Ако от двете блюда махнем по 1 шоколад, тогава в едното блюдо ще останат **5 шоколада и 50 грама**, а на другото **300 грама**.

Да махнем от двете блюда по 50 грама, тогава в едното блюдо ще останат **5 шоколада**, а на другото **250 грама**.

Тогава **1 шоколад ще тежи**  $250 \text{ грама} \div 5 = 50 \text{ грама}$ .

(за знак за умножение и за деление се използват освен „ $\cdot$ “ и „ $:$ “ и „ $\times$ “ и „ $\div$ “).

**Отговор: В) 50 грама**

Да разгледаме и интересната и запомняща се

**Задача 2.** (състезание на ПМГ – Казанлък, 2010 г.) Една диня и два еднакви пъпеша тежат общо 8 кг 400 г, а две от тези дини тежат колкото три от същите пъпеша. Колко тежат три от тези дини?

А) 6 кг                      Б) 7 кг 200 г                      В) 10 кг 800 г                      Г) 14 кг 400 г

**Решение:** Везните са в равновесие, ако

на едното блюдо поставим **1 диня и 2 еднакви пъпеша**, а на другото - **8 кг 400 г**.

Везните са в равновесие, ако удвоим:

на едното блюдо са **2 еднакви дини и 4 еднакви пъпеша**, а на другото - **16 кг 800 г**.

Нека сега от едното блюдо с плодовете **2 –те дини** заменим с **3 пъпеша**.

**Тогава**

на едното блюдо са **7 еднакви пъпеша**, а на другото - **16 кг 800 г**.

Тогава **1** от тези **пъпеша** тежи  $16 \text{ кг } 800 \text{ г} \div 7 = \mathbf{2 \text{ кг } 400 \text{ г}}$ .

**От условието на задачата е известно, че**

2 от тези дини тежат колкото 3 от същите пъпеша, тогава **2 дини** тежат **7 кг 200 г**.

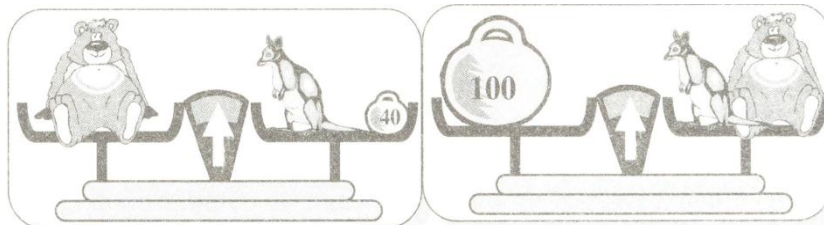
За 1 диня теглото е  $7 \text{ кг } 200 \text{ г} \div 2 = 3 \text{ кг } 600 \text{ г}$ .

За **3 дини** теглото е  $3 \text{ кг } 600 \text{ г} \times 3 = 10 \text{ кг } 800 \text{ г}$ .

**Отговор: В) 10 кг 800 г.**

**Задача 3.** („Европейско кенгуру“, 2009 г.) Колко килограма тежи кенгуруто, ако то е с 40 кг по-леко от мечката, а заедно с нея тежат 300 кг?

А) 150                      В) 130                      С) 260                      Д) 174                      Е) 184



**Решение:** От условието следва, че мечката тежи, колкото кенгуруто и 40 кг. Ако към двете блюда на везната прибавим по едно кенгуру, на лявото ще получим 300 кг, а на

дясното – 2 кенгурата и 40 кг. Тогава 2 кенгурата тежат  $300 \text{ кг} - 40 \text{ кг} = 260 \text{ кг}$ . Теглото на 1 кенгуру е  $260 : 2 = 130 \text{ кг}$ .

**Задачата може да се реши и с проверка на отговорите:**

Ако кенгурата тежи 150 кг, тогава мечката тежи  $150 \text{ кг} + 40 \text{ кг} = 190 \text{ кг}$ . Тогава кенгурата и мечката тежат  $150 \text{ кг} + 190 \text{ кг} = 340 \text{ кг}$ , а по условие те тежат 300 кг.  
Извод: Кенгурата не тежи 150 кг.

Ако кенгурата тежи 130 кг, тогава мечката тежи  $130 \text{ кг} + 40 \text{ кг} = 170 \text{ кг}$ . Тогава кенгурата и мечката тежат  $130 \text{ кг} + 170 \text{ кг} = 300 \text{ кг}$ .  
Извод: Кенгурата тежи 130 кг.

Нека разгледаме задачи, в която няма конкретни тегла, но сравняваме теглата на плодове:

**Задача 4.** (Коледно състезание – 2004 г.)

Десет сливи тежат колкото три ябълки и една круша. Шест сливи тежат колкото една ябълка и една круша. Колко сливи трябва да вземем, че да тежат колкото 1 круша?

А) 2                                  Б) 3                                  В) 4                                  Г) друг отговор

**Отговор: В) 4.**

**Решение:** На едната везна поставяме

**10 сливи**, а на другата **3 ябълки и 1 круша**.

Към първата поставяме 1 ябълка, на втората – също 1 ябълка.

От първата везна махаме **6 сливи**, а от втората – **1 ябълка и 1 круша** и получаваме, че **4 сливи** тежат колкото **2 ябълки**.

**1 ябълка** и тежи колкото **2 сливи**.

Отново се връщаме към равновесието

**10 сливи** на едната везна, **3 ябълки и 1 круша** на втората.

От втората везна заменяме 3 – те ябълки с 6 сливи. Тогава:

**10 сливи има** на първата везна, а на другата **6 сливи и 1 круша**.

От двете везни премахваме по 6 сливи и получаваме, че:

**4 сливи** има на първата везна, а на другата **1 круша**.

**Задача 5.** („Математическа дъга”, 1 кръг, 2000 г.)

Една муха и 2 оси тежат колкото 15 комара. Две мухи и 3 оси тежат, колкото 26 комара. Колко комара тежат колкото 1 муха?

**Решение:** Даденото в условието на задачата показва, че на едното блюдо на везната можем да сложим 1 муха + 2 оси, а на другото – 15 комара. Везните се намират в равновесие.

По същия начин на едното блюдо на везната можем да сложим 2 мухи + 3 оси, а на другото – 26 комара. Везните се намират в равновесие.

Ако утроим всичко, поставено на блюдата на везната в първия случай, а удвоим всичко поставено на блюдата на везната във втория случай, получаваме:

3 мухи + 6 оси = 45 комара;

4 мухи + 6 оси = 52 комара.

И в двата случая везните са в равновесие:

Ако разгледаме горните две равенства, ще забележим, че разликата в левите им страни е 1 муха, а разликата в десните им страни – е 7 комара.

Тогава 7 комара тежат колкото 1 муха.

Няколко задачи от книгата на *Иван Ганчев, Кирил Чимев и Йордан Стоянов* „Математически фолклор“:

**Задача 6.** Четири чаши и една кана за вода тежат колкото 17 оловни топчета. Каната тежи колкото една чаша и 7 топчета. Колко топчета тежи каната?

**Отговор:** 9 топчета.

**Решение:** Тъй като 1 кана тежи колкото 1 чаша и 7 топчета, то 4 чаши и 1 кана ще тежат колкото 5 чаши и 7 топчета.

Понеже 4 чаши и 1 кана ще тежат колкото 17 топчета, тогава 5 чаши ще тежат колкото 10 топчета, а една чаша – колкото 2 топчета.

Тогава 1 кана ще тежи колкото 2 топчета + 7 топчета = 9 топчета.

**Задача 7.** Нека 2 чашки и 2 канички тежат колкото 14 чинийки. Ако 1 каничка тежи колкото 1 чашка и 1 чинийка, то колко чинийки тежи 1 каничка?

**Отговор:** 4.

**Задача 8.** Момче и прасе тежат колкото 5 сандъка. Прасето тежи колкото 4 котки. Две котки и прасето тежат колкото 3 сандъка. Колко котки тежат толкова, колкото тежи момчето?

**Отговор:** 6 котки.

**Решение:** Тъй като 3 сандъка тежат колкото 1 прасе и 2 котки, а прасето тежи колкото 4 котки, получаваме че

3 сандъка тежат колкото 6 котки;

1 сандък тежи колкото 2 котки;

5 сандъка тежат колкото 10 котки.

Но 1 момче + 1 прасе тежат колкото 5 сандъка, 5 сандъка тежат колкото 10 котки, получаваме че

1 момче + 1 прасе тежат колкото 10 котки, но 1 прасе тежи колкото 4 котки.

Получаваме, че 1 момче тежи колкото 6 котки.

Има и такива задачи, при които равновесието ще е **условно:**

ще го постигаме ако на едното блюдо поставим предмета, а на другото - неговата цената.

Нека решим следващата

**Задача 9.** („Европейско кенгуру”, 2012 г.) Три балона струват с 12 стотинки повече от 1 балон. Колко стотинки е цената на един балон?

- А) 4                      В) 6                      С) 8                      Д) 10                      Е) 12

**Отговор: В) 6.**

**Решение:**

На едното блюдо са **3 балона**, а на другото – **1 балон** и **12 стотинки**.

**Махаме от двете блюда по 1 балон** и получаваме, че 2 балона струват 12 стотинки.

Един балон струва

$12 \text{ стотинки} \div 2 = 6 \text{ стотинки}$ .

Подобна на току - що решената задача са и следващите задачи:

**Задача 10.** (Великденско състезание, 2004 г.) Две ябълки и една круша струват 2 лева, а две круши и една ябълка струват 3 лева. Тогава 6 круши и 6 ябълки струват:

- А) 6 лева                      Б) 5 лева                      В) 10 лева                      Г) друг отговор

**Отговор: В) 10 лева.**

**Решение:**

На едното блюдо поставяме **2 ябълки и 1 круша**, и **2 круши и 1 ябълка**- на другото ще трябва да поставим **2 лева + 3 лева = 5 лева**.

По друг начин казано:

На едното блюдо има **3 ябълки и 3 круши**, а на другото **5 лева**.

Ако поставим на едното блюдо още **3 ябълки и 3 круши**, на другото трябва да поставим още **5 лева**.

Достигаме до извода, че **6 ябълки и 6 круши** струват **10 лева**.

**Задача 11.** (състезание „Св. Георги Победоносец”, 2006 г.) Три кокошки и два петела струват общо 66 лева. Една кокошка и един петел струват 27 лева. Колко струва един петел?

- А) 15 лева                      Б) 14 лева                      В) 13 лева                      Г) 12 лева

**Отговор: А) 15 лева.**

**Решение:** От това, че една кокошка и един петел струват 27 лева, следва че 2 кокошки и 2 петела струват 54 лева. По условие 3 кокошки и 2 петела струват 66 лева.

Следователно само една кокошка струва  $66 \text{ лева} - 54 \text{ лева} = 12 \text{ лева}$ , а един петел струва

$27 \text{ лева} - 12 \text{ лева} = 15 \text{ лева}$ .

**Задача 12.** (състезание „Св. Георги Победоносец”, 2001 г.) Ако 2 близалки и 3 сока струват 48 стотинки, а 3 близалки струват 18 стотинки, тогава 1 сок струва:

- А) 8 стотинки                      Б) 12 стотинки                      В) 30 стотинки                      Г) 36 стотинки

**Отговор: Б) 12 стотинки.**

**Решение:** От условието 3 близалки струват 18 стотинки, тогава 1 близалка струва 18 стотинки : 3 = 6 стотинки.

От условието 2 близалки и 3 сока струват 48 стотинки. Тогава 24 стотинки и 3 сока струват 48 стотинки.

Получаваме че 3 сока струват 48 стотинки – 12 стотинки = 36 стотинки.

Окончателно получаваме, че 1 сок струва 36 стотинки ÷ 3 = 12 стотинки.

**Надяваме се, че вече и без везни ще се справите със следващото предизвикателство:**

**Задача 13.** („Европейско кенгуру”, 2012 г., национален кръг) Дадени са равенствата

$$\square + \text{☺} + \bullet + \bigcirc = 20$$

$$\text{☺} + \square + \text{☺} = 12 \text{ и}$$

$$\bigcirc + \bullet + \bigcirc = 19.$$

На колко е равен сборът ☺ + ○, ако на всяка една от четирите фигурки съответства различно число?

A) 11

B) 12

C) 19

D) 20

E) 31

**Отговор:** A) 11.

**Решение:** От второто и третото равенство следва, че

$$\square + \text{☺} + \text{☺} + \bigcirc + \bigcirc + \bullet = 31,$$

което е всъщност

$$(\square + \text{☺} + \bigcirc + \bullet) + \text{☺} + \bigcirc = 31.$$

Сборът на фигурките в скобите е 20. Тогава

$$\text{☺} + \bigcirc = 31 - 20, \text{ т.е.}$$

$$\text{☺} + \bigcirc = 11.$$

Ще разгледаме и една задача, която много прилича на някой от решените, но само прилича. Ето условието ѝ:

**Задача 14.** („Математика без граници”, финал 2014 г., автор Невена Събева) Пипи, Томи и Аника отишли на сладкарница. Томи си поръчал паста, сладолед и 2 сока, Пипи си поръчала 4 паста, 9 сока и един сладолед, а Аника си поръчала паста, сок и сладолед. Поръчката на Томи струвала 14 крони, а на Пипи – 37 крони. Колко крони е струвала поръчката на Аника? (Цените на сока, сладоледа и пастата са цяло число крони.)

**Решение:**

1 паста + 1 сладолед + 2 сока струват 14 крони;

4 паста + 1 сладолед + 9 сока струват 37 крони.

Търсим колко струват 1 паста + 1 сок + 1 сладолед.

От броя на поръчаните от Пипи неща изваждаме тези на Томи и получаваме

3 пасти и 7 сока, които струват 23 крони.

Една паста не може да струва 1, 2, 4, 5 или 18 крони, а струва 3 крони.

Тогава 1 сок струва 2 крони.

Тогава **1 сладолед ще струва** 14 крони намалени с цената на 1 паста и 2 сока, т.е.

$14 - 3 - 4 = 7$  **крони.**

Тогава **1 паста, 1 сок и 1 сладолед** струват 3 крони + 2 крони + 7 крони = 12 крони.

### ОЩЕ ЗАДАЧИ ОТ СЪСТЕЗАНИЯ

**Задача 15.** (турнир на ОМГ „Акад. Кирил Попов”, гр. Пловдив, 2001 г.) За 2 молива и 3 химикалки трябва да платите 2 лева и 52 стотинки, а 3 молива и 5 химикалки струват 4 лева и 8 стотинки. Колко струва един молив?

А) 60 стотинки      Б) 36 стотинки      В) 28 стотинки      Г) друг отговор

**Отговор: Б) 36 стотинки**

**Задача 16.** (състезание на ПМГ – Враца, 2010 г.) Четири молива и една химикалка тежат 33 грама, а два молива и две химикалки тежат 30 грама. Колко грама тежи един молив?

**Отговор: 6 г.**

**Задача 17.** („Иван Салабашев”, 2002 г.) Ако 16 плода манго струват 2 лева, а 100 горски ябълки струват 3 лева, то колко горски ябълки можем да получим срещу 6 манго?

А) 25      В) 20      С) 30      Д) 40      Е) 15

**Отговор: А) 25**

**Решение:** Осем манго струват 1 лев, следователно 100 ябълки струват колкото  $3 \times 8 = 24$  манго. Оттук намираме, че 25 ябълки струват колкото 6 манго.

**Задача 18.** (турнир „Румен Грозданов”, гр. Пловдив, 2007 г.) Един банан е с 20 стотинки по-скъп от 1 мандарина, а 1 мандарина е с 10 стотинки по-евтина от 1 портокал.

За 3 банана, 2 портокала и 3 мандарини една домакиня платила 2 лева и 40 стотинки. Колко струват 8 портокала?

А) 2 лв. 40 ст.      Б) 2 лв      В) 2 лв. 60 ст.      Г) 3 лв.

**Отговор: А) 2 лв. 40 ст.**

**Решение:** От условието следва, че:

1 банан ще е по-скъп от 1 портокал с 10 стотинки.

1 мандарина е по-евтина от 1 портокал с 10 стотинки.

Тогава взнатата е в равновесие, ако

На едното блюдо е поставен **1 банан и 1 мандарина**, а на другото – **2 портокала**.

Тогава **3 банана и 3 мандарини** струват колкото **6 портокала**.

От условието е известно, че  
3 банана, 2 портокала и 3 мандарини струват 2 лева и 40 стотинки.  
Това означава, че 8 портокала струват 2 лева и 40 стотинки.

**Задача 19.** (SASMO 2017 г.)

Фигурки на животни са претеглени на везната. На първата везна виждате, че слончето тежи колкото две мечета.

Колко птички ще тежат колкото едно слонче?



Решение: От везните вдясно се установява, че 1 мече тежи колкото 2 птички. Тогава 2 мечета тежат колкото 4 птички.

Това означава че 1 слонче тежи колкото 4 птички.

Отговор: 4.



## ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

**Задача 20.** (*Великденско състезание, 2008 г.*) Едно зайче тежи колкото 8 мишки, а една котка тежи, колкото 2 зайчета. Колко мишки тежат толкова, колкото една котка?

- А) 3 мишки                      Б) 12 мишки                      В) 9 мишки                      Г) друг отговор

**Задача 21.** (*„Иван Салабашев”, 2002 г.*) Три молива струват колкото два молива и две гуми. Осем молива струват колкото острилка и пет молива. Колко острилки струват колкото 24 гуми?

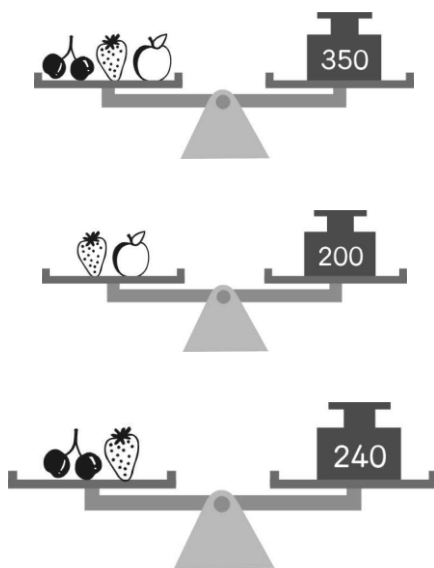
- А) 4                      В) 12                      С) 16                      Д) 48                      Е) 10

**Задача 22.** (*„Математическа дъга”, 1 кръг, 2000 г.*)

Една муха и 2 оси тежат колкото 15 комара. Две мухи и 3 оси тежат, колкото 26 комара. Колко комара тежат колкото 1 муха?

**Задача 23.** (*WMI, Хо ши мин., 2017 г.*)

Колко тежи една яголка?



- А) 90                      В) 110                      С) 120                      Д) 150

**Задача 24.** (*ИМО, Пном Пен, 12 август 2017 г.*)

В зоопарка един лъв тежи колкото 5 маймуни. Един леопард тежи колкото 4 кучета. Един леопард и 2 кучета тежат колкото 3 маймуни. Колко кучета тежат колкото един лъв?

**ЛИСТ ЗА ОТГОВОРИ за кръг .....**

**име на участника..... Клас .....**

<b>задача</b>	<b>отговор</b>	<b>Решение</b>
<b>20</b>		
<b>21</b>		
<b>22</b>		
<b>23</b>		
<b>24</b>		

**Бележки по условията задачите и по решенията:**