КЛУБ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТАЛАНТИ – УЧЕБНА 2019- 2020 ГОДИНА

КЛАС:	**5**
КРЪГ:	**1**
СРОК **за изпращане решенията на задачите:**	**10 октомври** **talanti_5@abv.bg**

Уважаеми участници в клуб „*Математически таланти*“,

Има разминаване в символите използвани в българското училище и тези, които се използват с световната практика.

Ето примери:

знак	**В България**	**В повечето страни в света**
За умножение	.	*В Русия:* ⋅ *В други страни*: ×
За деление	:	В други страни: ÷

Моля да имате предид това.

Нашите срещи в клуб „Математически таланти“ започват с темата:

РЕБУСИ

Рѐбусът (на латински: rebus, „с помощта на вещи“; res - „вещ“) е загадка, в която разгадаеми думи са дадени във вид на рисунки в съчетание с букви и други знаци

Не минава математическо състезание без математически ребус. Примери – много. Как успешно да се справим с решаването на предложения ребус?

Няма рецепта за решаването на ребуси, но със сигурност трябва отнякъде да започнем развързването на възела: от разположението на цифрите, от броя на символите, от последните цифри и още, и още, още ... хитрини.

Ще Ви предложим няколко примерни задачи. Навсякъде в задачите в темата ще имаме предвид, че на **еднаквите букви съответстват еднакви цифри** и на **различните букви** – различни цифри,

но на състезанията това трябва да бъде записано в условието на задачата;

Един от основните методи за решаване на ребуси е

МЕТОДЪТ НА НЕПОСРЕДСТВЕНАТА ПРОВЕРКА

Да решим следната

Задача 1. Заменете звездичките с цифри, така че

$$** \times ** = 1*1.$$

Решение: Очевидно е, че първите цифри на множителите са 1, т.е. задачата се свежда до

$$1*\times 1* = 1*1.$$

Цифрата на единиците на произведението е 1, получава се като произведение от двете търсени цифри *.

Това е възможно в следните три случая

1×1; 3×7 и 9×9.

Да извършим **проверка**

$$11 \times 11 = 121;$$

$$13 \times 17 = 221;$$

$$19 \times 19 = 361.$$

Достигаме до отговора на задачата: $11 \times 11 = 121$.

Да разгледаме и

Задача 2. (автор: *Диана Раковска*). Възстановете липсващите цифри в умножението

$$\begin{array}{r} 126 \\ \times\ \ ** \\ \hline *** \\ **** \ \\ \hline 1*2*6 \end{array}$$

Решение:

Тъй като последната цифра на произведението е 6, то цифрата на единиците на втория множител е или 1, или 6.

Тъй като второто междинно произведение е четирицифрено число, тогава цифрата на единиците на неизвестния множител е или 8, или 9.

Така вторият множител е възможно да е 81, 91, 86 или 96.

Извършваме проверка:

126 × 81 = 10206. Това е едно възможно решение.

Продължаваме с проверките, защото ребусът може да има и друго възможно решение.

$126 \times 91 = 11466$, число което не съответства на 1*2*6.

$126 \times 86 = 10836$, число което не съответства на 1*2*6.

$126 \times 96 = 12096$, число което не съответства на 1*2*6.

Окончателно получаваме, че задачата има *едно решение:*

$$\begin{array}{r} 126 \\ \underline{\times\ 81} \\ 126 \\ \underline{1008} \\ 10206 \end{array}$$

Задача 3. (***олимпиада в София, 1992 г.***).Възстановете липсващите цифри в умножението

$$\begin{array}{r} \underline{27 \times * *} \\ 5* \\ +\ \underline{**} \\ *** \end{array}$$

Решение:

Първото междинно произведение е 5*, което е възможно ако умножим 27 с 2.

$$\begin{array}{r} \underline{27 \times * 2} \\ 54 \\ +\ \underline{**} \\ **4 \end{array}$$

Второто междинно произведение е **двуцифрено число** и то е възможно, ако умножим 27 с 1, 2 или 3.

$$\begin{array}{r} \underline{27 \times 12} \\ 54 \\ +\ \underline{27} \\ 324 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{27 \times 22} \\ 54 \\ +\ \underline{54} \\ 594 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{27 \times 32} \\ 54 \\ +\ \underline{81} \\ 864 \end{array}$$

Решете **самостоятелно**

Задача 4. Възстановете липсващите цифри в умножението

$$\begin{array}{r} \underline{63 \times * *} \\ ** \\ +\ \underline{**} \\ *** \end{array}$$

Продължаваме с една задача от *10- ия есенен турнир „Черноризец Храбър”(2001 г.)*

Задача 5. Цифрата *а*, която е решение на ребуса $\overline{8a} \times (\overline{5a} - \overline{a2}) = \overline{2aa}$, е:

А) 1 **Б**) 2 **В**) 3 **Г**) 4 **Д**) 5

Решение:

Първи начин

Проверяваме кой от посочените отговори или кое от числовите равенства е вярно:

$$81 \times (51 - 12) = 211;$$

$$82 \times (52 - 22) = 222;$$

$$83 \times (53 - 32) = 233;$$

$$84 \times (54 - 42) = 244;$$

$$85 \times (55 - 52) = 255.$$

Оказва че, че само последното числово равенство е вярно. Отговор е **Д)** ***a* = 5.**

Втори начин

Ребусът е съставен от два множителя и едно произведение.

Единият множител е двуцифреното число $\overline{8a}$, а произведението е трицифреното число $\overline{2aa}$.

От 80.2 = 160 и 80 .4 = 320, следва че вторият множител $\overline{5a} - \overline{a2}$ е едноцифрено число

Това обаче е възможно само ако *a* = 5.

Трети начин (това решение е разбираемо от учениците от 8 клас и ... на родителите ви, нужни са познания за квадратно уравнение)

От

$$\overline{8a} = 80 + a;\ \overline{5a} - \overline{a2} = 50 + a - (10 \times a + 2) = 48 - 9a;\ \overline{2aa} = 200 + 10 \times a + a = 200 + 11 \times a$$

достигаме до квадратното уравнение

$$9a^2 + 683a - 131\,040 = 0,$$

Единият от корените на уравнението е 5, а другия – отрицателно дробно число.

Със **задача 5**. показахме, че решенията могат да бъдат:

- технически трудни за изпълнение, но достигаме до крайния резултат, въпреки ограниченото време; (*първи начин*)

- облекчени след наблюдение и с „хитрост” от наша страна (*втори начин*);

- и не особено привлекателни, но резултатни, но ако имаме повече познания (*трети начин*).

Продължаваме с една задача от „*Европейско кенгуру*”

Задача 6. (*22 март 2014 г.*) Запишете цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6 по една във всяко от седемте квадратчета така, че да се получи верен сбор. Коя е цифрата в затъмненото квадратче?

□□

+□□

□□■

A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

Решение:

С други думи събираме две двуцифрени числа и получаваме трицифрено число, като събираемите и сборът се записват с цифрите 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

Първо ще отбележим, че сборът на две двуцифрени числа е най-много 198, ако събираемите са 99 и 99.

Тогава задачата се свежда до

Запишете цифрите 0, 2, 3, 4, 5 и 6 по една във всяко от седемте квадратчета така, че да се получи верен сбор. Коя е цифрата в затъмненото квадратче?

□□

+□□

1□■

Възможностите за двете събираеми са четири:

6□ +5□

6□+4□

6□+3□

5□+4□

Не е трудно да се установи, че не са възможни

6□+3□

5□+4□

Защото тогава сред останалите цифри 0, 2, 4 и 5 за 6□+3□ и 0, 2, 3 и 6 за 5□+4□ няма такива цифри с които да можем да направим пренос 1 и да достигнем до трицифрено число за сбор.

Да разгледаме останалите две възможности:

6□ +5□

6□+4□

Ако

  6☐

<u>+5☐</u>

1☐☐

Остават цифрите 0, 2, 3 и 4. С тях трябва да направим така, че сборът на цифрата на единиците на 6☐ и цифрата на единиците на 4☐ да е цифрата на единиците на 1☐☐.

Не е трудно да се установи, че това е невъзможно

Ако

6☐

<u>+4☐</u>

1☐☐

Остават цифрите 0, 2, 3 и 5. С тях трябва да направим така, че сборът на цифрата на единиците на 6☐ и цифрата на единиците на 5☐ да е цифрата на единиците на 1☐☐.

Това е възможно, защото 2 + 3 = 5.

Така достигаме до

  62

<u>+43</u>

105

и

  63

<u>+42</u>

105

Търсената цифра е 5.

Отговор: D) 5.

С помощта на непосредствена проверка, но и с

ОГРАНИЧАВАНЕ на възможностите

се решават редица задачи. Ето един пример:

Задача 7. Да се реши числовият ребус $\overline{abc}$ + $\overline{abcd}$ = 2017, в който на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните букви отговарят различни цифри

Решение:

Цифрата, отговаряща на a , може да бъде само 1, защото ако цифрата е най-малко 2, тогава

$\overline{abc} + \overline{abcd} > 200 + 2\,000 = 2\,200$, което означава че $\overline{abc} + \overline{abcd} \neq 2017$.

Но тогава $\overline{abc} = \overline{1bc} < 200$, откъдето намираме, че

$\overline{abcd} = 2008 - \overline{abc} > 2017 - 200 = 1817$.

От $\overline{abcd} > 1817$, получаваме че $b = 9$ или $b = 8$.

Нека $b = 9$, тогава

$\overline{abc} + \overline{abcd} > 190 + 1900 = 2090$, невъзможно е при $a = 1$ и $b = 9$, $\overline{abc} + \overline{abcd} = 2017$, за някой цифри c и d.

Да разгледаме втората и последна възможност: $b = 8$.

$$\begin{array}{r} \overline{18cd} \\ +\ \overline{18c} \\ \hline 2017 \end{array}$$

Сега от разреда на десетиците от

$c + 8 = 11$ и $c + 8 + 1$ (от евентуален пренос от $d + c$) $= 11$,

получаваме, че $c = 3$ или $c = 2$.

Ако $c = 3$, тогава от $d + c = 7$, получаваме че $d = 4$.

Ако $c = 2$, тогава от $d + c = 17$, защото има пренос, получаваме че $d = 15$, невъзможна цифра.

Следователно $c = 3$ и оттук получаваме единственото решение на ребуса:

$$183 + 1834 = 2017$$

Интересна и поучителна е и следващата

Задача 8. Да се реши числовият ребус *ЛЕВ* + *ЛЕВ* = *ЕВРО*, в който на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните букви отговарят различни цифри.

Решение:

Понеже *ЛЕВ* е трицифрено число, то сборът *ЛЕВ* + *ЛЕВ* ≤ 987 + 987 = 1974.

Получаваме, че $E = 1$.

Ако трицифреното число *ЛЕВ* е по-малко от 500, тогава *ЛЕВ* + *ЛЕВ* < 1000, а търсим сбор ЛЕВ + ЛЕВ да е четирицифреното число ЕВРО.

Тогава буквата Л можем да заменим с някои/ от цифрите

5, 6, 7, 8 или 9.

Също така, понеже $E = 1$, то от разреда на десетиците няма да имаме пренос към разреда на стотиците. Следователно сборът *Л* + *Л* завършва на *В*.

Сега да проверим последователно всички възможности за буквата *Л*:

• Ако *Л* = 5, тогава *В* = 0, което е невъзможно, защото тогава *О* = 0, което е невъзможно от условието на задачата - на различните букви отговарят различни цифри.

• Ако *Л* = 6, то трябва *В* = 2, тогава *О* = 4 и *Р* = 2 – невъзможно, защото на различните букви отговарят различни цифри.

• Ако *Л* = 7, то В = 4, О = 8, Р = 2 и получаваме решението 714 + 714 = 1428.

Разсъждавайки по същия начин за другите две възможности за цифрата Л, получаваме

още 2 решения на дадения ребус:

816 + 816 = 1632;

918 + 918 = 1836.

Срещат се и

ЗАДАЧИ, КОИТО СЕ РЕШАВАТ С ПОМОЩТА НА РЕБУСИ

Ето примери:

Задача 9.

а) *(списание „Математика”, бр.1, 1990 г.)* Разликата на две естествени числа е 208. Последната цифра на едното число е 1, а ако я задраскаме се получава другото число. Да се намерят двете числа.

б) *(списание „Математика +”, бр.2, 1994 г.)* Цифрата на стотиците на едно трицифрено число е 7. Ако тази цифра преместим на последно място, ще получим ново трицифрено число, което е с 567 по-малко от първоначалното. Да се намери първоначалното число.

Решение.

а) Нека $\overline{AB1}$ е едното от търсените числа, а $\overline{AB}$ е другото. Достигаме до

$$\begin{array}{r} \overline{AB1} \\ - \quad \overline{AB} \\ \hline 208 \end{array}$$

От 11 - *B* = 8, получаваме, че *B* = 3. Остава да решим ребуса:

$$\begin{array}{r} \overline{A31} \\ - \quad \overline{A3} \\ \hline 208 \end{array}$$

Има две възможности или 2 – *A* = 0, или 12 – *A* = 0. Зад буквата А е скрита цифрата 2.

А търсените числа са 231 и 23.

б) Нека търсеното число е $\overline{7xy}$. Тогава новополученото е $\overline{xy7}$.

Съставяме ребуса

$$\begin{array}{r} 567 \\ +\ \overline{xy7} \\ \hline \overline{7xy}. \end{array}$$

От 7 + 7 = 14, получаваме че $y = 4$.

Ребусът се свежда до:

$$\begin{array}{r} 567 \\ +\ \overline{x47} \\ \hline \overline{7x4}. \end{array}$$

От сбора на цифрите на десетиците на двете събираеми 6 + 4 + 1 = 11, следва че $x = 1$.

Остава да проверим дали наистина $5 + x + 1 = 7$, при $x = 1$.

Наистина

$$\begin{array}{r} 567 \\ +\ 147 \\ \hline 714 \end{array}$$

Получаваме, че търсеното число е 714.

ОЩЕ ЗАДАЧИ С РЕБУСИ

Задача 10. (списание „*Математика в училище”- Москва, 1-1979 г.)* намерете цифрите x и y за които е изпълнено

$$3 \cdot \overline{xxxxx} = \overline{yxxxxx} - y.$$

Решение: От двете страни на равенството изваждаме числото $\overline{xxxxx}$, и получаваме:

$$2 \times \overline{xxxxx} = \overline{y00000} - y,$$

или $2 \times \overline{xxxxx} = 2x \times 11111$, затова $2 \times x = 9 \times y$.

Окончателно получаваме, че $x = 9,\ y = 2$.

Задача 11. (*Зимни математически празници, 2011 г., гр. Бургас*)

Като се използват девет различни цифри, всяка по веднъж, са записани три трицифрени числа със сбор 2011.

Например: 381 + 704 + 926 = 2011 или 413 + 620 + 978 = 2011 и т. н.

Нека *A* е най-малкото от трите записани трицифрени числа.

Кое е най-голямото число, което може да бъде равно на *A*?

Отговор: *A* = 496.

Решение:

```
   ***
 + ***
   ***
----------
  2011
```

Ще използваме, че сборът на всички цифри е 45.

За да завършва сборът на единиците на трите числа на 1, тя трябва да е равна на 22 или 21.

Ако сборът е 21, то сборът на десетиците на трите числа трябва да е 19 или 9.

Ако е 19, тогава 21 + 19 = 40 и трябва сборът на цифрите на стотиците на трите числа да е най-много 5, което е невъзможно, защото сборът на три различни ненулеви цифри е поне 6.

Ако сборът на трите десетици е 9, то 21 + 9 = 30 и трябва сборът на трите стотици да е най-малко 15 (30 + 15 = 45), а в същото време да е равна на 19, за да е възможно

19 + 1 = 20. Заключаваме, че сборът на трите единици е точно 11.

Сега нека сборът на десетиците на трите числа е 20 или 10. Ако е 20, то сборът на трите стотици е най-много 14, а в същото време трябва да е равна на 18. В крайна сметка получаваме, че сборът на трите единици е 11, а сумата на трите десетици е 10. Сега сборът на цифрите на стотиците на трите числа трябва да е 19.

Търсеното число е по-малко от 600, защото 600 + 700 + 800 = 2100 > 2011.

Да проверим възможно ли е то да започва с 5. Ако започва с 5, сборът на другите две стотици е 14, което е възможно само ако трите стотици са 5, 6 и 8. За сборът на единиците на трите числа (в някакъв ред) има три случая:

9 + 2 + 0 = 11, 7 + 4 + 0 =11 и 7 + 3 + 1 = 11.

В нито един от тези случаи обаче не е възможно да се образува сбор 10 с някои три от неизползваните цифри.

Следователно цифрата на стотиците на търсеното число е най-много 4.

Тъй като търсим възможно най-голямото число, то първата възможност е да проверим за число от вида 49*. Сега единствената възможност за стотиците на другите две числа е те да са 7 и 8 (4 + 7 + 8 = 19), а за десетиците на другите две числа единствената възможност е те да са 0 и 1 (9 + 1 + 0 =10).

Тогава най-голямото възможно число, което търсим може да бъде 496.

За цифрите на единиците на другите две числа остава единствената възможност да са 2 и 3.

По този начин получаваме пример, който дава решение на задачата:

496 + 713 + 802 = 2011.

Задача 12. (*Зимни математически празници, 2004 г. , гр. Плевен*) На местата на звездичките да се поставят цифри така, че да се получи верен сбор:

7* + **6 + *49 = 2004.

Отговор. 79 + 976 + 949 = 2004.

Решение:

Като сравним сбора на единиците, ще получим, че звездичката в двуцифреното събираемо е равна на 9, защото само сборът на 9, 6 и 9 завършва на 4.

За цифрата на десетиците трябва да използваме, че имаме пренос 2. Тогава цифрата на десетиците на второто събираемо е 7, защото само 7 + 7 + 4 + 2 има последна цифра 0.

За цифрата на стотиците отново имаме пренос 2 и трябва сборът на цифрите на стотиците да е 18, т.е. цифрите на стотиците и на двете събираеми е 9.

Следователно задачата има само едно решение: 79 + 976 + 949 = 2004.

Задача 13. (*Зимни математически празници, 2005 г. , гр. Варна*) Да се реши ребусът, ако на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните букви отговарят различни цифри.

РАЛИ

\+

РАЛИ

———

ДАКАР

Отговор. 8739 + 8739 = 17 478.

Решение. Първо се вижда, че Д = 1, а Р е четна цифра, по-голяма от 5., т.е. Р = 6 или Р = 8.

Нека Р = 6, тогава А = 2 или А = 3.

Ако А = 3, трябва да има пренос от третата колонка в четвъртата, но това е невъзможно.

Ако А = 2 последната цифра на сбора Л + Л трябва да е 2, т.е. Л = 1 или Л = 6, което е невъзможно.

Нека Р = 8, тогава А = 6 или А = 7.

Ако А = 6, тогава ще има пренос към четвъртата колонка, което е невъзможно.

Ако А = 7, ясно е, че трябва да има пренос от първата колонка към втората (последната цифра на Л + Л да е 7) и Л е или 3, или 8. Но Л не може да е 8, защото Р=8. Следователно Л = 3. Тогава К = 4 и И = 9.

Окончателно получаваме, че 8739 + 8739 = 17 478.

Задача 14. (*Зимни математически празници, 2006 г. , гр. Русе*) Възстановете събирането

  ИРЕБУС

\+ ИРЕБУС

  ИРЕБУС

—————

  РЕБУСИ ,

където на различните букви отговорят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри.

Отговор: 142 857 + 142 857 + 142 857 = 428 571;

285 714 + 285 714 + 285 714 = 857 142.

Решение: Цифрата И може да бъде 1, 2 или 3.

Ако И = 1, то С = 7. Тогава $3 \times У + 2$ има за последна цифра7, т.е. У=5 и $3 \times Б + 1$ има последна цифра 5, откъдето Б = 8. Сега $3 \times Е + 2$ има последна цифра 8, т.е. Е = 2 и $3 \times Р$ има последна цифра 2 откъдето Р = 4. Така получихме решението:

142 857 + 142 857 + 142 857 = 428 571.

Ако И = 2, по вече показания по-горе начин намираме С = 4, У = 7, Б = 7, Е = 5, Р = 8. Така получихме решение на ребуса 285714 + 285714 + 285714 = 857 142.

Ако И = 3 с аналогични стъпки намираме С = 1, У = 7, Б = 5, Е = 8, Р = 2.

Тогава ИРЕБУС= 32 8571 и 32 8571 +32 8571 + 32 8571 = 985713 = РЕБУСИ, което показва, че задачата няма решение в този случай, на буквата Р е съпоставено и 2, и 9.

Задача 15. Запишете в квадратчетата всички цифри от 0 до 9, всяка по един път, така че:

□ + □ = □□

□ + □ = □

□ + □ = □

Отговор: 4 + 6 = 10; 2 + 7 = 9 и 3 + 5 = 8.

Решение: Не е трудно да съобразим, че цифрата 0 не може да бъде в никое равенство вляво и може да бъде само в първото равенство вдясно като цифра на единиците на сбора.

Сборът на две едноцифрени числа е най-много 17. Тогава и цифрата 1 е вляво като цифра на десетиците на сбора.

Така получаваме

$$\square + \square = 10$$

$$\square + \square = \square$$

$$\square + \square = \square$$

От 10 = 2 + 8 = 3 + 7 = 6 + 4 можем да намерим едно решение:

$$4 + 6 = 10$$

$$2 + 7 = 9$$

$$3 + 5 = 8.$$

Това ли е единственото решение?

ЗАДАЧИ ОТ World Mathematics Invitational

Задача 16. (*WMI – 2018, Сеул, Южна Корея*) В квадратчетата поставете цифрите 1, 3, 5, 7 и 9 , така че:

$$\square + \square\square + \square\square\square = 641.$$

По колко начина може да бъде извършена замяната?

Решение:

Задачата можем да запишем

$A + \overline{BC} + \overline{XYZ} = 641 \Longrightarrow A + \overline{BC} + \overline{YZ} = 141$; $X = 5$

$A + \overline{BC} + \overline{YZ} = 141$

$\Longrightarrow$ B = 5, Y = 7 или B = 7, Y = 5 ; B = 3, Y = 9 или B = 3, Y = 9

$\Longrightarrow A + C + Z = 21 = 9 + 7 + 5 \Longrightarrow$

$A = 9$, B = 7, C = 5 ;

A = 9, B = 5, C = 7;

A = 7, B = 5, C = 9;

A = 7, B = 9, C = 5;

A = 5, B = 7, C = 9;

A = 5, B = 9, C = 5;

Тук числата са 4.6 = 24

21 = 9 + 9 + 3 ⟹

A= 9, B= 9, C = 3 ; A= 9, B= 3, C = 9; A= 3, B= 9, C = 9;

Тук числата са 4.3 = 12.

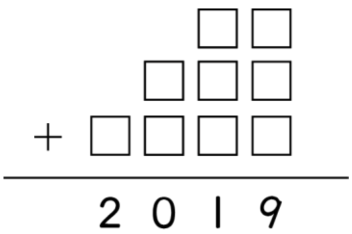
21 = 7 + 7 + 7 ⟹ A= 7, B= 7, C = 7

Тук числата са 4.1 = 4.

Общо 24 + 12 + 4 = 40.

Задача 17. (*WMI – 2018, Фукуока, Япония*)

Изберете 9 от 10-те цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, и 9, с които да съставите 2-цифрено число, 3-цифрено число и 4-цифрено число, такива че сборът им да е 2019. Като имате предвид че цифрата 0 също трябва да се използва, намерете най-голямата възможна стойност на 4-цифреното число.



Отговор: 1597

Пример : 1597 + 382 + 40 = 2019.

Четирицифреното число има за първа цифра 1.

Ако съберем цифрите на стотиците на четирицифреното и трицифреното число трябва да имаме пренос 1, а сборът може да е 0, само ако двете цифри са

2 и 8, 3 и 7, или 4 и 5.

□□ + 2□□ <u>18□□</u> 2019 Невъзможно е □□ + □□ + □□ =19, защото поне едно от числата	□□ + 3□□ <u>17□□</u> 2019 □□ + □□ + □□ =19 Невъзможно е	□□ + 4□□ <u>16□□</u> 2019 □□ + □□ + □□ =19 Невъзможно е

е двуцифрено с цифра на десетиците 3, 4, 5, 6, 7, 9.	□□ + □□ + □□ =19, защото поне едно от числата е двуцифрено с цифра на десетиците 2, 4, 5, 6, 8, 9.	□□ + □□ + □□ =19, защото поне едно от числата е двуцифрено с цифра на десетиците 2, 3, 7, 8, 9.

С пренос към стотиците 1:

□□ + 2□□ 17□□ 2019 □□ + □□ + □□ =119 Остават за използване 0, 3, 4, 5, 6, 8 и 9. Възможностите за сбор на цифрите на единиците са: 0 + 3 + 6 = 9; 0 + 4 + 5 = 9; 5 + 6 + 8 = 19. **При първата възможност** за цифри на десетиците остават цифрите 4, 5, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1. **При втората възможност** остават цифрите 3, 6, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1. **При третата възможност** остават цифрите 0, 3, 4 и 9; Имаме пренос 1. Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 0.	□□ + 3□□ 16□□ 2019 Остават за използване 0, 2, 4, 5, 7, 8 и 9. Възможностите за сбор на цифрите на единиците са: 0 + 2 + 7 = 9; 0 + 4 + 5 = 9; 2 + 8 + 9 = 19; 4 + 7 + 8 = 19 **При първата възможност** за цифри на десетиците остават цифрите 4, 5, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1. **При втората възможност** остават цифрите 2, 7, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1. **При третата възможност** остават цифрите 0, 4, 5 и 7. Имаме пренос 1. Сред тях няма три със сбор завършващ на 0. **При четвъртата възможност** остават цифрите 0, 2, 5 и 9; имаме	□□ + 4□□ 15□□ 2019 Остават за използване 0, 2, 3, 6, 7, 8 и 9. Възможностите за сбор на цифрите на единиците са: 0 + 2 + 7 = 9; 0 + 3 + 6 = 9; 2 + 8 + 9 = 19; 3 + 7 + 9 = 19 **При първата възможност** остават цифрите 3, 6, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1; **При втората възможност** остават цифрите 2, 7, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1; **При третата възможност** остават цифрите 0, 3, 6 и 7; Сред тях има три със сбор завършващ на 0. Това са 0, 3 и 7. (Тук имаме пренос 1) Ето решението при което се получава най-голямото четирицифено число в този случай:

	пренос 1. Сред тях няма три със сбор завършващ на 0.	32 + 408 1579 2019 **При четвъртата възможност** остават цифрите 0, 2, 6 и 8; Сред тях има три със сбор завършващ на 0: 0 + 2 + 8. Ето решението при което се получава най-голямото четирицифено число в този случай: 23 + 407 1589 2019

С пренос към стотиците 2:

□□ + 2□□ 16□□ 2019 □□ + □□ + □□ =219 Остават за използване 0, 3, 4, 5, 7, 8 и 9. Възможностите за сбор на цифрите на единиците са: 0 + 4 + 5 = 9; 3 + 7 + 9 = 19; 4 + 7 + 8 = 19. **При първата възможност** за цифри на десетиците остават цифрите 3, 7, 8 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 1. **При втората възможност** остават цифрите 0, 4, 5 и 8; Сред тях няма три със сбор, който да	□□ + 3□□ 15□□ 2019 □□ + □□ + □□ =219 Остават за използване 0, 2, 4, 6, 7, 8 и 9. Възможностите за сбор на цифрите на единиците са: 0 + 2 + 7 = 9. 2 + 8 + 9 = 19; 4 + 6 + 9 = 19; 4 + 7 + 8 = 19. **При първата възможност** за цифри на десетиците остават цифрите 4, 6, 8 и 9; Сред тях има три със сбор, който да е 21; 4 + 8 + 9. Така получаваме решение

завършва на 0. **При третата възможност** остават цифрите 0, 3, 5 и 9; Сред тях няма три със сбор, който да завършва на 0.	при което се полчава най-голямото четирицифено число в този случай: 42 + 380 1597 2019 **При втората възможност** остават цифрите 0, 4, 6 и 7; Сред тях няма три със сбор 20; **При третата възможност** остават цифрите 0, 2, 7 и 8; Сред тях няма три със сбор 20. **При четвъртата възможност** остават цифрите 0, 2, 6 и 9; Сред тях няма три със сбор 20.

Окончателно най-голямата възможна стойност на четирицифреното събираемо е 1597.

САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 18. (*Хр.Лесов, Св. Дойчев, Теми за класна и извънкласна работа, 1995*)

Ако е възможно, възстановете изваждането:

ДЕВЕТ – ШЕСТ = ТРИ,

където на различните букви отговорят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри.

Задача 19. *(списание „Математика +”, бр.2, 1994 г.)*

Отляво и отдясно на дадено двуцифрено число написваме цифрата 1 и полученото четирицифрено число е 23 пъти по-голямо от даденото. Да се намери двуцифреното число.

Задача 20. В ребуса ДЪБ + ДЪБ +… + ДЪБ = ГОРА на различните букви отговорят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри. Колко най-много „дъбове” може да има в тази „гора”?

Задача 21. (*WMI в Сеул, 2018 г. -за завършен 4 клас*)
Пресметнете *A* + *B* + *C* + *D*, ако на различните букви отговорят различни цифри, а на еднаквите букви – еднакви цифри и

$$\begin{array}{rccccc}
 & & & 9 & 3 & \square \\
\times & & & & \square & 8 \\
\hline
 & & \square & 5 & \square & 2 \\
 & \square & \square & \square & 4 & \\
\hline
 & \boxed{A} & \boxed{B} & \boxed{C} & \boxed{D} & 2
\end{array}.$$

ЛИСТ ЗА ОТГОВОРИ за кръг .....

име на участника.............. клас ....

задача	отговор	Решение
4		
18		
19		
20		
21		

Бележки по условията задачите и по решенията: