



## МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ

9-12 КЛАС

ПРОЛЕТ 2016

### УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,

Времето за работа по задачите е 60 минути.

За задачите с посочен отговор в листа за отговори посочвате буквата на верния отговор, а за задачите със свободен отговор – посочвате отговора.

Забранено е използването на учебници, калкулатори, мобилни телефони и справочници с формули.

За всеки правилен отговор се присъжда по 1 точка.

Самостоятелната и честна работа е главното изискване на организаторите към участниците в турнира.

Желаем успех!

**Задача 1.** Ако  $x - 1 = y(\sqrt{x} + 1)$ , тогава  $\sqrt{x} + 1 =$

- A) 0                      B)  $y + 1$                       C)  $y + 2$                       D)  $y$

**Задача 2.** Числата 2 и  $-3$  са два от четирите корена на уравнението  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ .

Сборът на другите два корена е:

- A)  $-1$                       B) 0                      C) 1                      D) друг отговор

**Задача 3.** Стойността на израза  $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^6} : (1 - \sqrt{2})^3$  е:

- A)  $3 - 2\sqrt{2}$                       B)  $-3 - 2\sqrt{2}$                       C) 1                      D)  $-1$

**Задача 4.** Колко са решенията на уравнението  $(x^2 - 1) \cdot \sqrt{x - 2} = 0$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2                      D) 3

**Задача 5.** Върху окръжност са отбелязани 8 точки. Колко е най-големият брой правоъгълни триъгълници с върхове 3 от дадените точки?

A) 24

B) 30

C) 36

D) 4

**Задача 6.** Преди 2 години  $A$  е бил на два пъти повече години от  $B$ , а преди три години  $B$  е бил три пъти по-млад от  $A$ . На колко години е  $A$  сега?

A) 12

B) 10

C) 8

D) 6

**Задача 7.** За колко естествени числа  $n$  може да се твърди, че  $4n + 1$  се дели на  $3n + 2$ ?

A) 0

B) 1

C) 2

D) повече от 2

**Задача 8.** Остатъкът при делението на  $5 + 4^2 + 4^3 + \dots + 4^{2015} + 4^{2016}$  на 21, е:

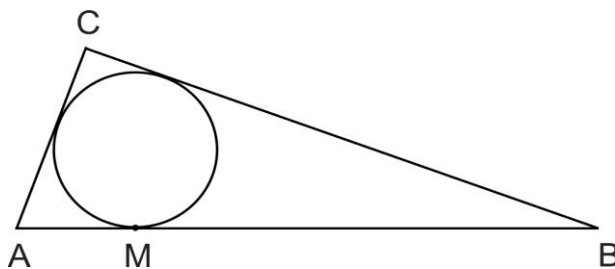
A) 6

B) 4

C) 2

D) 1

**Задача 9.** Вписаната в правоъгълния триъгълник  $ABC$  окръжност има радиус окръжността е  $1\text{ cm}$  и се допира до хипотенузата  $AB$  в точката  $M$ . Ако  $AM = 3\text{ cm}$ , пресметнете  $AB - BC$ .



A)  $1\text{ cm}$

B)  $2\text{ cm}$

C)  $3\text{ cm}$

D)  $4\text{ cm}$

**Задача 10.** Графиката на  $y = |x - a|$ , където  $a$  е параметър, и координатните оси заграждат триъгълник с лице  $2\text{ cm}^2$ . Тогава най-малката стойност на израза  $a^2 + 2a$  е

A)  $-1$

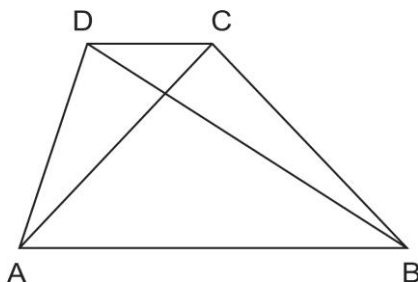
B) 0

C) 8

D) друг отговор

**Задача 11.** Ако  $N$  и  $M$  са естествени числа, такива че  $N\sqrt{2} - \sqrt{8} + M = 1$ , пресметнете  $N + M$ .

**Задача 12.** Диагоналите на трапец по разделят на четири триъгълника, три от лицата на които са 4, 6 и 9 кв. см. Определете лицето на трапеца.



**Задача 13.** Колко са реалните корени на уравнението  $x^3 - |x| = 0$ ?

**Задача 14.** Шест деца  $A, B, C, D, E$  и  $F$  трябва да подредим в редица така, че  $A$  и  $B, C$  и  $D, E$  и  $F$  да са винаги един до друг. По колко начина можем да направим това?

**Задача 15.** Многочленът  $x^2 + x + 1$  се записва във вида  $A \cdot (x - 2)^2 + B \cdot (x - 2) + C$ . Пресметнете стойността на  $A + B + C$ .

**Задача 16.** Числата 201 и 235 дават един и същ остатък 14 при делението на естественото число  $x$ ? Пресметнете  $x$ .

**Задача 17.** Пресметнете  $A$ , ако  $\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = A + \sqrt{2} - \sqrt{6}$ .

**Задача 18.** Броят на диагоналите на изпъкнал  $N$ -ъгълник е 2015. Определете числото  $N$ .  
*Упътване:*  $\sqrt{16\,129} = 127$ .

**Задача 19.** Коя може да бъде последната цифра (цифрата на единиците) на квадрата на цяло число, ако предпоследната цифра (цифрата на десетиците) е нечетна?

**Задача 20.** Да се пресметне лицето на триъгълник с дължини на медианите 9, 12 и 15.