ПОДГОТОВКА ЗА СЪБИТИЕТО „СТАРА ЗАГОРА ТЪРСИ МАТЕМАТИЧЕСКИ ТАЛАНТИ“

Задачи за ученици от 3. клас

Теми № 1, 2 и 3

Уважаеми ученици,

Изпращаме Ви тема № 3 от подготовката в рамките на събитието „Стара Загора търси математически таланти“

Очакваме отговорите на задачите за самостоятелна работа (№ 8, 10, 11, 14, 15) **до 30.11.2022 г.** на адрес talanti_1@abv.bg.

Ако след подготовката сте готови за състезание – ЗАПОВЯДАЙТЕ!

Подробности – в придружителното писмо! Молим да спазвате сроковете!

Успех!

Тема № 3

ИЗБРАНИ ЗАДАЧИ ЗА 3. КЛАС

Задача 1. Пресметнете израза 1 + 2 – 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + ... + 19 + 20 – 21.

Упътване:

1 + 2 – 3 + 4 + 5 – 6 + 7 + 8 – 9 + ...+ = (1 + 2 – 3) + (4 + 5 – 6) +(7 + 8 – 9) +…+ (19 + 20 – 21).

Задача 2. Колко са цифрите, с които се записват първите 100 нечетни числа?

Задача 3. От 22 числа 10 са двуцифрени, 11 са четни, а 5 не са нито двуцифрени, нито четни. Колко най-малко числа трябва да изберем на случаен принцип, за да сме сигурни, че сред тях има двуцифрено четно число?

Задача 4. Числото 24 е представено като сбор на различни естествени числа. Колко най-много могат да са събираемите?

Задача 5. Колко листа има между 10-та и 29-та страница на една книга?

Задача 6. С колко цифри ще запишем числата от 2 до 122: 2, 3,…, 122?

Задача 7. Умаляемото е трицифрено число, записано с различни цифри, а умалителят е трицифрено число, записано с други различни цифри. Колко е най-малката възможна разлика?

Задача 8. Колко пъти числото $1000 - 9 \times 100$ е по-голямо от $125 - 25 \times 4$?

Задача 9. Кое е пропуснатото число в редицата от числа?

1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, *, 17, 20, 21

Задача 10. Колко са пропуснатите числа в израза?

5 + 7 + 9 + 11 + … + 91 + 93?

Задача 11. Определете числото x, ако $7.x$ е число между 36 и 55, а $8.x$ е число между 49 и 65.

Задача 12. Колко е сборът на числата от 2 до 22, които могат да се представят като произведение на два различни множителя, по-малкия от които е 3?

Задача 13. Кое е това число, от което, ако извадим произведението на 25 и 9, ще получим произведението на числата 11 и 25?

Задача 14. Първо записах числата: 11, 16, 21, ..., 61, 66.
След това записах 77, 74, 71, ..., 5, 2. Колко числа съм записал два пъти?

Задача 15. Кое е липсващото число в квадратчето?

$$\square : 4 . 3 - 20 - 18 = 1$$

Задача 16. Кое е най-малкото двуцифрено число, което дели числото, равно на

$$1.11 + 2.11 + 3.11 + 4.11?$$

Задача 17. Кое число трябва да поставим вместо квадратчето, за да получим вярно числово равенство?

$$99 - (33 - \blacksquare).3 - 3.3 = 7.12 - 14.6$$

Задача 18. Джон трябва да умножи дадено число по 9 и към полученото произведение да прибави 2. Джон обаче се обърква и прибавя 9 към числото, след което умножава получения сбор с 2. Получава 198. Пресметнете отговора, който е трябвало да получи Джон.

Задача 19. Колко са трицифрените числа с произведение на цифрите 0?

Задача 20. Алекс, Борил и Клеър умножили две последователни едноцифрени числа. Алекс получил число, което има за цифра на единиците 1, Борил получил число, което има за цифра на единиците 2, а Клеър – число с цифра на единиците 3. Само един от тях получил верен отговор. Кой?

Задача 21. Делимото е 3 пъти по-голямо от делителя, а делителят е 3 пъти по-голям от частното. Кое число е делимото? **(**при това деление остатъкът е 0**)**

Задача 22. Колко от знаците „+“ трябва да се заменят със знаци за умножение „·“ така че да се получи вярно равенство?

$$12 + 3 + 14 + 5 = 106$$

Задача 23. Колко са числата от 1 до 100, които се делят или на 3, или на 7?

Задача 24. Валя разделила няколко еднакви ябълки поравно между себе си и 11 свои приятелки. Всяка получила по половин ябълка. Колко са ябълките?

Задача 25. Сред числата 2, 3 и 11 са делимото, частното и остатъка. Колко е сборът на числата, които са възможни делители?

Задача 26. В кошница има ябълки. Техният брой е по-малък от 60. Тези ябълки можем да разделим поравно между 2, 3 или 4 деца. Тези ябълки не можем да разделим поравно между 7 деца, защото не достигат 4 ябълки. Колко може да са ябълките в кошницата?

Задача 27. Колко най-малко цифри трябва да зачеркнем в израза

$11 \times 12 \times ... \times 21 \ \times 22$, така че да получим най-малкото възможно произведение?

Задача 28. Нека A и B са две различни цифри. Разликата на двуцифреното число AB и двуцифреното число BA е едноцифреното число A. Да се пресметне сборът на двуцифрените числа AB и BA.

$$(AB - BA = A,\ AB + BA = ?)$$

Задача 29. Намерете двуцифреното число $\overline{ab}$, ако $(a+b) \times 11 - \overline{ab} = 31$.

Задача 30. Колко са трицифрените числа, на които цифрата на единиците е равна на частното на цифрата на десетиците и 3?

Задача 31. В записа на трицифрено число има 1 нула. Ако я изтрием числото се намалява 9 пъти. Кое е трицифреното число?

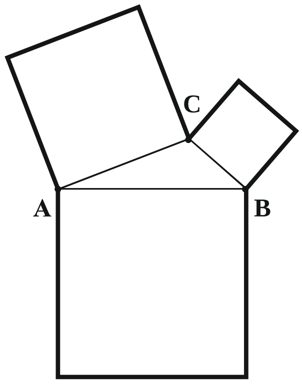
Задача 32. В записа $\overline{\boldsymbol{AB}} + \overline{\boldsymbol{BC}} = \overline{\boldsymbol{DCB}}$всяка буква е цифра, при това на еднаквите букви съответстват еднакви цифри, а на различните букви – различни цифри. Кое е най-голямото възможно число $\overline{\boldsymbol{DCB}}$?

Задача 33. Обиколката на правоъгълник е 66 см. Едната му страна е 25 см. Намерете дължината на другата му страна.

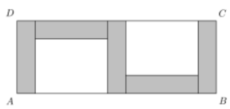
Задача 34. Колко сантиметра е обиколката на правоъгълник, ако сборът на двете негови по-големи страни и едната по-малка е 17 *см*, а сборът на двете негови по-малки страни и едната по-голяма е 16 *см*?

Задача 35. Обиколката на триъгълник *ABC* е 21 см.

Външно за триъгълника върху страните му са построени квадрати. Образува се нова фигура.Колко см е обиколката на новата фигура?



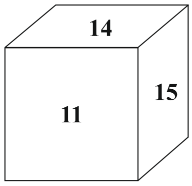
Задача 36. Пет еднакви сиви правоъгълника са разположени както е показано на чертежа.



Обиколката на правоъгълника *ABCD* е 456 см.

Колко сантиметра е обиколката на един сив правоъгълник?

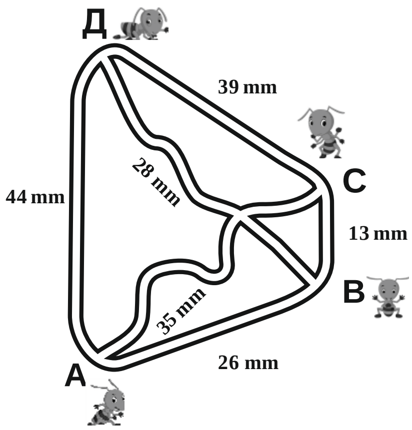
Задача 37. Шест последователни естествени числа са написани на 6-те стени на куба по такъв начин, че сборовете от числата на двете противоположни страни са равни. Фигурата вдясно показва, че 15, 11 и 14 са написани на три страни на този куб. Пресметнете сбора на 6-те числа?



Задача 38. В лозов масив разстоянието между два съседни стълба в един и същ ред е едно и също. Ако разстоянието между първия и петнадесетия стълб от един ред е 14 метра, пресметнете колко метра е разстоянието между седмия и 21-ия стълб в този ред?

Задача 39. Правоъгълник със страни 42 см и 24 см е разрязан на еднакви квадрати. Колко е най-малкият им брой?

Задача 40. Мравката Анди (А) трябвало да посети свои роднини Вини (В), Сашо (С) и Даниел (Д).
Ето и картата, по която се движела мравката Анди. Колко милиметра най-малко трябва да извърви тя, за да посети всичките си роднини и да се върне у дома?



Задача 41. От нашия клас 15 деца са родени в един и същ месец. Колко от тези деца със сигурност са родени и в един и същ ден от седмицата?

Задача 42. В кутията има 100 цветни химикалки: 28 черни, 26 сини, 24 червени и 22 зелени. Алекс взима няколко химикалки от кутията, без да гледа цветовете им. Какъв е най-малкият брой химикалки, които тя трябва да вземе, така, че тя да има най-малко 25 химикалки от един и същи цвят?

Задача 43. Петима ученици участват в състезание. От тях само двамата най-добри ще получат награди. Ако наградите са различни, по колко различни начина те могат да се разпределят?

Задача 44. В шахматен турнир участват момичета и момчета, като всеки играе срещу всеки по една партия. Броят на партиите, изиграни между момичетата, е 3, а броят на партиите, изиграни между момчетата, е 6. Колко са партиите, в които момичета са играли срещу момчета?

Задача 45. Аз живея на 6-я етаж, а Алекс – на 8-я. От 2-я до 6-я етаж аз изкачвам 40 стъпала. Колко стъпала изкачва Алекс от 5-я до 8-я етаж?

Задача 46. След като пътували с влак 2 часа се оказало, че всеки час влакът изминавал по 75 *км*. До крайната гара оставали с 50 *км* по-малко от изминатия път. Колко километра е целият път?

Задача 47. За 1 килограм сухо мляко са необходими 10 килограма прясно мляко. Разполагаме с 58 килограма прясно мляко. Колко килограма прясно мляко ни трябва още, за да можем да получим 9 килограма сухо мляко?

Задача 48. В две щайги имаше общо 24 ябълки. В началото в първата щайга имаше 3 пъти повече ябълки, отколкото във втората. След като преместих няколко ябълки от първата щайга във втората, броят на ябълките във втората щайга се оказа 2 пъти по-голям от броя на ябълките в първата щайга. Колко ябълки съм преместил?

Задача 49. Трябва да отрежа от метален прът дълъг 1 метър 12 равни части, всяка от които е дълга 8 см. Всяко отрязване е с продължителност 30 секунди. Между всеки две рязания машината трябва да се охлажда по 1 минута. Колко минути най-малко са необходими?

Задача 50. Ако първият ден от годината е понеделник, определете кой ден от седмицата ще е последният ден от същата година?

ОТГОВОРИ

Задача 1. Отговор: 63.

Решение: $(1 + 2 – 3) + (4 + 5 – 6) +(7 + 8 – 9) +…+ (19 + 20 – 21) =$

$$= 0 + 3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 = (3 +18) + (6 + 15) + (9 + 12) = 3.21 = 63.$$

Задача 2. Решение:

Търсим цифрите с които се записват нечетните числа от 100 -те двойки числа (1, 2); (3, 4), …, (199, 200). Числата от 1 до 200 са 200, от тях 9 са едноцифрени и 90 двуцифрени и 101 трицифрени. Налага се, за да пресметнем по-бързо, да разделим числата така: (0, 1), (2, 3), …, (8, 9) – 5 нечетни едноцифрени числа; (10, 11), (12, 13), …, (98, 99) – 45 нечетни двуцифрени числа; (100, 101), (102, 103), …, (198, 199) – 50 нечетни трицифрени числа. Търсеният брой е стойността на израза $5.1 + 45.2 + 50.3 = 5 + 90 + 150 = 245$

Задача 3. Отговор: 19.

Решение: От $10 + 11 + 5 = 26 > 22$ следва, че 4 от числата са двуцифрени четни.

Ако изберем $5 + (10 – 4) + (11 – 4) = 18$ числа, сред тях може да не е нито едно от двуцифрените четни. Но 19-то ще е такова със сигурност.

Задача 4. Отговор: 6.

Решение:

$21 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ и $28 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \Longrightarrow$ броят на събираемите е най-много 6.

Задача 5. Отговор: 9.

Решение: Между страница 10 и 29 са листите с номера на страниците: 11 и 12; 13 и 14; 15 и 16; 17 и 18; …; 27 и 28. Листите са 9.

Задача 6. Отговор: 257.

Решение: Записани са 8 едноцифрени, 90 двуцифрени и 23 трицифрени.

Общо $8.1 + 90.2 + 23.3 = 257$ цифри.

Задача 7. Отговор: 3. Решение: $601 – 598 = 3$.

Задача 9. **Отговор**: 16.

Решение: Да разгледаме разликите на всяко следващо и предходното му:

1, 4, 5, 8, 9, 12, 13, *, 17, 20, 21

3, 1, 3, 1, 3, 1, * – 13, 17 – *, 3, 1

За едно и също число * разликите трябва да са 3 и 1.

Ако * – 13 = 3, тогава това число е 16.

Задача 12. **Отговор**: 66.

Решение: По-големите от 3 множители са 4, 5, 6 и 7. Тогава числата са 12, 15, 18 и 21. Техният сбор е 66.

Задача 13. **Отговор: 500.**

Решение: $25 \times 9 + 25 \times 11 = (9 + 11) \times 25 = 500.$

Задача 16. **Отговор: 10.**

Решение: $1 \times 11 + 2 \times 11 + 3 \times 11 + 4 \times 11 = (1 + 2 + 3 + 4) \times 11 = 10 \times 11.$

Задача 17. **Отговор: 3.**

Решение: $99 - (33 - \blacksquare).3 - 3.3 = 7.12 - 14.6 \Longrightarrow 99 - (33 - \blacksquare).3 - 3.3 = 0 \Longrightarrow$ $90 - (33 - \blacksquare).3 = 0 \Longrightarrow 33 - \blacksquare = 30 \Longrightarrow \blacksquare = 3.$

Задача 18. **Отговор: 812.**

Решение: Нека даденото число е ○. Тогава Джон извършва следното: $\circ \xrightarrow{+9} \bullet \xrightarrow{\times 2} 198$

В обратен ред: $198 \xrightarrow{:2} 99 \xrightarrow{-9} 90$. Даденото число е 90.

Джон е трябвало да получи $90 \times 9 + 2 = 812.$

Задача 19. **Отговор: 171.**

Решение: Числата само с една нула от вида *0* са $9 \times 1 \times 9 = 81$, а числата само с една нула от вида **0 са $9 \times 9 \times 1 = 81$. Числата от вида *00 са $9 \times 1 \times 1 = 9$. Търсеният брой е 81 + 81 + 9 = 171.

Задача 20. **Отговор**: Борил.

Решение: От $0 \times 1 = 0$; $1 \times 2 = 2$; $2 \times 3 = 5$; $3 \times 4 = 12$; $4 \times 5 = 20$; $5 \times 7 = 35$; $7 \times 8 = 56$; $8 \times 9 = 72$ следва, че произведението на две последователни числа може да завършва само на 0, 2, 5 и 6. В случая само Борил е смятал вярно.

Задача 21. **Отговор**: 27.

Решение: От това, че делимото е три пъти по-голямо от делителят, следва че частното е 3. Щом частното е 3, тогава делителят е 3.3 = 9, а делимото е 3.9 = 27.

Задача 22. **Отговор: 2.**

Решение: $12 + 3 + 14 + 5 = 106 \Longrightarrow 12 \times 3 + 14 \times 5 = 106.$

Задача 23. Отговор: 43.

Решение: Броят на числата, които се делят на 3 са 33, а броят на числата, които се делят на 7 са 14. Сред числата, които се делят на 3 има такива, които се делят на 7- това са 21, 42, 63, 84.

Тогава търсеният брой е 33 + 14 – 4 = 43.

Задача 24. Отговор: 6.

Решение: Всеки две от 12-те момичета са си разделили 1 ябълка. Тогава броят на ябълките е 12:2 = 6.

Задача 25. Отговор: 7.

Решение: Делимо = Делител . частно + остатък

Ако 2 е остатък, тогава 11 = делител. 3 + 2 $\Longrightarrow$ делителят е 3.

Ако 3 е остатък, тогава 11 = делител. 2 + 3 $\Longrightarrow$ делителят е 4.

Търсеният сбор е 3 + 4 = 7.

Задача 26. Отговор: 24.

Решение: Числата, които са по-малки от 60 и се делят на 2, 3 и 4, са 12, 24, 36 и 48.

Сред числата 12, 24, 36 и 48, условието на задачата се удовлетворява от числото 24.

Задача 27. Отговор: 1.

Решение: $11 \times 12 \times \ldots \times 20 \times 21 \times 22 \Longrightarrow 11 \times 12 \times \ldots \times 0 \times 21 \times 22 = 0.$

Задача 28. Отговор: 187.

Решение: Двете двуцифрени числа са 98 и 89. Получаваме сбор: 98 + 89 = 187.

Задача 29. Отговор: 13.

Решение:

$$(a+b) \times 11 - \overline{ab} = 31 \Leftrightarrow a + 10b = 31 \Longrightarrow \left| \begin{matrix} b = 3 \\ a = 1 \end{matrix} \right. \Longrightarrow \overline{ab} = 13.$$

Задача 30. Отговор: 36.

Решение: Трицифрените числа, за които, ако разделим цифрата на десетиците на 3, ще получим цифрата на единиците са от вида $\overline{*00}$, $\overline{*31}$, $\overline{*62}$, $\overline{*93}$.

Цифрата на стотиците може да е всяка от цифрите от 1 до 9. Общо числата са 36.

Задача 31. Отговор: 405.

Решение: Цифрата нула не може да бъде цифра на единиците на трицифреното число, защото ако я изтрием, числото ще се намали 10 пъти. Цифрата на десетиците е 0. Тогава полученото двуцифрено число след изтриването на нулата и произведението на 9 с него ще завършват на една и съща цифра.

От 9.1 = 9, 9.2 = 18, 9.3 = 27, 9.4 = 36, 9.5 = 45, 9.6 = 54, 9.7 = 63 и 9.9 = 81, получаваме че цифрата на единиците на трицифреното число е 5.

Така достигаме до извършването на проверките за възможна цифра на стотиците:

105 ⟹ 9.15 = 135; 205 ⟹ 9.25 = 225; 305 ⟹ 9.35 = 315;

405 ⟹ 9.45 = 405, изпълнено; 505 ⟹ 9.55 = 495; 605 ⟹ 9.65 = 585;

705 ⟹ 9.75 = 675; 805 ⟹ 9.85 = 765; 905 ⟹ 9.95 = 855;

Окончателно търсеното число е 405.

Задача 32. Отговор: 108.

Решение:

$$10.A + B + 10.B + C = 100.D + 10.C + B \Leftrightarrow$$

$$10.A + 10.B = 100.D + 9.C \Rightarrow \left| \begin{array}{c} C = 0 \\ A + B = 10D \end{array} \right. \Rightarrow \left| \begin{array}{l} C = 0 \\ D = 1 \\ B = 8 \\ A = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \overline{DCB} = 108$$

Задача 33. Отговор: 8.

Решение: От $66 - 2 \times 25 = 16$, следва че другата страна е $16:2 = 8$ см.

Задача 34. **Отговор**: 22.

Решение: Сборът на 16 и 17 е утроеният сбор на по-голямата и по-малката страна. Тогава сборът на по-голямата и по-малка страна е 33:3=11, а обиколката е 22 см.

Задача 35. **Отговор: 63.**

Решение: Обиколката на фигурата е три пъти по-голяма от обиколката на триъгълника. В случая тя е 3.21 = 63 *cm*.

Задача 36. Отговор: 152.

Решение: Нека малката страна на сивия правоъгълник е x см, а голямата е y см. Страната *AD* е равна на y см, а страната *AB* е съставена от 3 отсечки с дължина x см и две отсечки с дължина y см. Обиколката на правоъгълника *ABCD* включва 6 отсечки с дължина x см и 6 отсечки с дължина y см. Имаме

$$6.x + 6.y = 456 \text{ см}$$

Обиколката на един сив правоъгълник е $2.x+2.y = 456:3 = 152$ см.

Задача 37. Отговор: 81.

Решение: Срещу 14 трябва да е числото $x + 1$, срещу 15 – числото x, срещу 11 – числото $x + 4$. Да подредим числата: x и $x + 1$ са между 11 и 14. Тогава $x = 12$.

Числата са 11, 12, 13, 14, 15, 16. Сборът им е 27.3 = 81.

Задача 38. Отговор: 14.

Решение: Разстоянието между два съседни стълба е 14 : 14 = 1 m.

Тогава разстоянието между 7-я и 21-я стълб е 14 . 1 = 14 метра.

Задача 39. Отговор: 28.

Решение: Най-голямото цяло число, което дели и 42, и 24 е 6. Тогава броят на квадратите ще е (42:6).(24:6) = 7.4 = 28.

Задача 40. Отговор: 120.

Решение: Най-краткото разстояние е $AD + DB + BC + CA = 44 + 28 + 13 + 35 = 120$ (мм).

Задача 41. Отговор: 3.

Задача 42. Отговор: 95.

Решение: Най-лошият сценарий всички писалки, извадени от Алекс, да са с различни цветове: 24 черни, 24 сини, 24 червени и 22 зелени, т.е. общо 94 химикалки.

Тогава следващата извадена писалка трябва да бъде или черна, или синя, т.е. Алекс ще има поне 25 химикалки от същия цвят, или 25 черни, или 25 сини химикалки.

Най-малкият брой химикалки, които Алекс трябва да вземе, така че да има поне 25 химикалки от същия цвят, е 94 + 1 = 95.

Задача 43. Отговор: 20.

Решение:Нека учениците са номерирани 1, 2, 3, 4, 5. От тях можем да изберем двама по 10 начина: (1, 2); (1, 3); (1, 4); (1, 5); (2, 3); (2 ,4); (2, 5); (3, 4); (3, 5); (4, 5).

На всеки избор съответстват две разпределения на наградите. Търсеният брой е 10. 2 = 20.

Задача 44. Отговор: 12.

Решение: Момичетата са 3, тогава играят общо 3 партии помежду си. Момчетата са 4, тогава изиграват 6 партии. Всяко от трите момичета изиграва по 4 партии с момчетата. Общо партиите, в които момичета играят срещу момчета са $3 \times 4 = 12$.

Задача 45. Отговор: 30.

Решение: От втория до шестия етаж има четири изкачвания : (2,3); (3,4); (4,5); (5,6) – всяко от тях има по 40 : 4 = 10 стъпала.

От петия до осмия етаж има три изкачвания: (5,6); (6,7); (7,8) – всяко от тях има по 10 стъпала. Общо изкачва 3 . 10 = 30 стъпала.

Задача 46. **Отговор**: 250.

Решение: Изминали са 75 + 75 = 150 км. Остава да изминат още 150 – 50 = 100.

Целият път е 150 + 100 = 250 км.

Задача 47. Отговор: 32.

Решение: 9 килограма сухо мляко ще получим от 90 килограма прясно мляко. Тогава са ни необходими още 90 – 58 = 32 кг прясно мляко.

Задача 48. Отговор: 10.

Решение: В началото броят на ябълките в първата щайга е $3 \times (24 : 4) = 18$, а във втората - 24 ÷ 4 = 6.

След преместването в първата щайга има $(24 : 3) = 8$, а във втората – $2 \times (24 : 3) = 16$ ябълки. Преместени са 18 – 8 = 10 ябълки.

Задача 49. Отговор: 17.

Решение: Трябват 12 разрязвания, между които има 11 почивки.
Общо 6 + 11 = 17 минути.

Задача 50. Отговор: понеделник или вторник.

Решение:Седмицата завършва в предходния ден на този, от който е започнала.

Годината може да има 365 или 366 дни, съответно когато е обикновена и когато е високосна.
От 365:7 = 52 (ост. 1), 366:7 = 52 (ост. 2),

- Ако годината е обикновена, тя започва и завършва в един ден от седмицата;
- Ако годината е високосна тя започва и завършва в два последователни дни от седмицата.

В дадената задача годината завършва или в понеделник, или във вторник.

Тема № 2

НЯКОЛКО ПОУЧИТЕЛНИ ЗАДАЧИ
и един метод, който включва използване на таблици

В един сборник с математически задачи прочетох следната

Задача 1.

На Таня не и достигат 7 стотинки, за да си купи гума.
На Галя не и достигат 2 стотинки, за да си купи гума, каквато си е избрала Таня .
Таня и Галя решили да си купят с парите си 1 гума. Парите отново не им достигнали.
Колко струва една гума?

Решение:

От условието на задачата „На Таня не и достигат 7 стотинки, за да си купи гума.” следва извода, че цената на 1 гума е най-малко 7 стотинки.
Нека тя струва 7 стотинки.
Тогава Таня няма пари:
не и достигат 7 стотинки за да купи 1 гума за 7 стотинки, 7 – 7 = 0, **Таня няма пари**.

На Галя не и достигат 2 стотинки за да купи 1 гума за 7 стотинки, тя има 7 – 2 = 5 стотинки.
Общо парите на Таня и Галя са 0 + 5 = 5 стотинки, 5 стотинки не са достатъчни за да се купят 1 гума за 7 стотинки, 5 < 7.

Попълваме таблицата в стотинки:

Ако цената на 1 гума	На Таня не и достигат 7, тя има	На Галя не и достигат 2, тя има	Таня и Галя имат	извод
7	7 - 7 = 0	7 - 2 = 5	0 + 5 = 5	5 < 7 цената отговоря на условието

Нека попълним таблицата за следващите две предполагаеми цени на 1 гума

Ако цената на 1 гума	На Таня не и достигат 7, тя има	На Таня не и достигат 2, тя има	Таня и Галя имат	извод
7	7 - 7 = 0	7 - 2 = 5	0 + 5 = 5	5 < 7 цената отговоря на условието
8	8- 7 = 1	8 - 2 = 6	1 + 6 = 7	7 < 8 цената отговоря на условието
9	9 - 7 = 2	9 - 2 = 7	2 + 7 = 9	9 = 9 цената НЕ отговоря на условието
10	10 - 7 = 3	10 - 2 = 8	3 + 8 = 11	11 > 9 цената НЕ

				отговоря на условието

Отговор: Цената на 1 гума е или 7, или 8 стотинки.

По- краткото решение е следното:

От условието

„На Галя не и достигат 2 стотинки, за да си купи гума, каквато си е избрала Таня”

и *„Таня и Галя решили да си купят с парите си 1 гума. Парите отново не им достигнали.”* ,

става ясно, че Таня има по-малко от 2 стотинки. Таня има 1 стотинка или 0 стотинки.
Тогава цената на 1 гума е или 0 + 7 = 7 стотинки , или 1 + 7 = 8 стотинки.

КОМЕНТАР:Какво означава **„не ми достига**”?

не ми достига
[словосъч.] **липсва ми, нуждая се, лишен съм**
[словосъч.] трябва ми, нуждая се от, лишен съм от, **нямам**

Нека решим следващата

Задача 2.

На Таня не и достигат 13 стотинки, за да си купи 1 ментов бонбон.
На Галя не и достигат 2 стотинки, за да си купи 1 ментов бонбон.
Таня и Галя решили да си купят с парите си 1 ментов бонбон. Парите отново не им достигнали.
Колко струва един ментов бонбон?

Решение:

Нека попълним таблицата за следващите две предполагаеми цени на 1 бонбон

Ако цената на 1 бонбон	На Таня не и достигат13 , тя има	На Галя не и достигат 2 , тя има	Таня и Галя имат	извод
13	13 - 13 = 0	13 - 2 =11	0 + 11 = 11	11 < 13 цената отговоря на условието
14	14 - 13 = 1	14 - 2 =12	1 + 12 = 13	13 < 14 цената отговоря на условието
15	15 - 13 = 2	15 - 2 =13	2 + 13 = 15	15 = 15 цената НЕ отговоря на условието

16	16 - 13 = 3	16 - 2 =14	3 + 14 = 17	17 > 16 цената НЕ отговоря на условието

Отговор: Цената на 1 бонбон е или 13, или 14 стотинки.

Интересна е следващата задача

Задача 3.
На Таня не и достигат 7 лева, за да си купи 1 кутия с бои.
На Галя не и достигат 2 лева, за да си купи кутия с бои, каквато си е избрала Таня .
Таня и Галя решили да си купят с парите си 1 кутия с бои. Парите отново не им достигнали.
Колко струва една кутия с бои?

Решение: От условието
„На Галя не и достигат 2 лева, за да си купи кутия с бои, каквато си е избрала Таня ” и „Таня и Галя решили да си купят с парите си 1 кутия бои. Парите отново не им достигнали.” ,
става ясно, че Таня има по-малко от 2 лева. Таня има от 0 стотинки до 199 стотинки.
Тогава цената на 1 кутия с бои е от
0 лева + 7 лева = 7 лева до 199 стотинки + 7 лева = 8 лева и 99 стотинки.

Задача 4. Иван, Петър и Стефан закупили общо 40 акции. Иван закупил с 8 акции по-малко от Петър и два пъти по-малко акции от Стефан. Колко акции е закупил Иван?

Решение: Ако предположим, че Иван е закупил 1 акция, тогава Петър е закупил 9, а Стефан 2. Общо са закупили 1 + 9 + 2 = 12 акции. Но 12 < 40.
Ако предположим, че Иван е закупил 2 акции, тогава Петър е закупил 10, а Стефан 4. Общо са закупили 2 + 10 + 4 = 16 акции. Но 16 < 40.
Попълваме таблицата

Иван е закупил	Тогава Петър е закупил	Тогава Стефан е закупил	Общо са закупили	Извод
1	1 + 8 = 9	2.1 = 2	1 + 9 + 2 = 12	12 < 40 Иван е закупил повече от 1 акция
2	2 + 8 = 10	2.2 = 4	2 + 10 + 4 = 16	16 < 40 Иван е закупил повече от 2 акции

Нека продължим с попълването на таблицата:

Иван е закупил	Тогава Петър е закупил	Тогава Стефан е закупил	Общо са закупили	Извод
3	3 + 8 = 11	2.3 = 6	3 + 11 + 6 = 20	20< 40 Иван е закупил повече от 3 акции
4	4 + 8 = 12	2.4 = 8	4 + 12 + 8 = 24	24 < 40

				Иван е закупил повече от 4 акции
5	5 + 8 = 13	2.5 = 10	5 + 13 + 10 = 28	28 < 40 Иван е закупил повече от 5 акции
6	6 + 8 = 14	2.6 = 12	6 + 14 + 12 = 32	32 < 40 Иван е закупил повече от 6 акции
7	7 + 8 = 15	2.7 = 14	7 + 15 + 14 = 36	36 < 40 Иван е закупил повече от 7 акции
8	8 + 8 = 16	2.8 = 16	8 + 16 + 16 = 40	40 = 40 Иван е закупил 8 акции

Задача 5.
Намерете това двуцифрено число, което е 7 пъти по-голямо от цифрата на единиците си.

Решение:

Търсеното число е произведение на 7 и едноцифрено число.
Т.е. отговора ще търсим сред числата 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 и 63.

Числото е	Цифра на единиците	Ако разделим числото на цифрата на единиците трябва да получим 7
14	4	14 не се дели на 4
21	1	21:1 не е 7, записва се така $21:1 \neq 7$
28	8	28 не се дели на 8
35	5	35:5 = 7
42	2	$42:2 \neq 7$
49	9	49 не се дели на 9
56	6	56 не се дели на 6
63	3	$63:3 \neq 7$

Отговор: 35.

Задача 6.
Намерете това двуцифрено число, което е 5 пъти по-голямо от цифрата на единиците си.

Решение:
Търсеното число е произведение на 5 и едноцифрено число.
Т.е. отговора ще търсим сред числата 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 и 45.
Проверки ще направим само с числата 15, 25, 35 и 45. Другите имат за цифра на единиците 0.

Числото е	Цифра на единиците	Ако разделим числото на цифрата на единиците трябва да получим 5
15	5	$15:5 = 3 \neq 5$
25	5	$25:5 = 5$

35	5	$35:5 \neq 5$
45	5	$45:5 \neq 5$

Отговор: 25.

Друг начин:
От таблицата за умножение виждаме, че всяко число умножено с 5 има за цифра на единиците или 0, или 5.
Тогава цифрата на търсеното число е или 0, или 5.
Ако е 0, тогава $0.5 = 0$, не е двуцифрено число.
Ако е 5, тогава $5.5 = 25$, което е и отговора на поставената задача.

Една стара задача от 13 век

:

	Леонардо Фибоначи, известен също като Леонардо от Пиза, е италиански математик, работил през първата половина на XIII век. Определян като „най-талантливият западен математик на Средновековието“. Фибоначи е най-известен с популяризирането в Европа на арабските цифри както и на числовата редица, наречена по-късно на негово име числа на Фибоначи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, …

Леонардо от Пиза дава следната:

Задача 7. Тридесет птици – яребици, гълъби и врабчета струват 30 монети. Яребиците са по 3 монети, гълъбите – по 2 монети, а 2 врабчета – по 1 монета. Колко са птиците от всеки вид?

Яребица	Гълъб	2 врабчета
		
3 монети	2 монети	1 монета

Решение:

Врабчетата са четен брой. Защото са по 2 за 1 монета.

Ако всичките птици са врабчета. Те са 30 : 2 = 15 монети. Остават 30 – 15 = 15 монети.

Ако врабчета са 28. Те са 28 : 2 = 14 монети. Остават 30 – 14 = 16 монети за 2 птици.

Ако врабчета са 26. Те са 26 : 2 = 13 монети. Остават 30 – 13 = 17 монети за 4 птици.

Четири птици (гълъби и яребици) струват най-малко 8 монети (4 гълъби по 2 монети), най-много 12 монети (4 яребици по 3 монети).

Ако врабчета са 24. Те са 24 : 2 = 12 монети. Остават 30 – 12 = 18 монети за 6 птици.

Шест птици (гълъби и яребици) струват най-малко 12 монети (6 гълъби по 2 монети), най-много 18 монети (6 яребици по 3 монети). Но в този случай няма гълъби.

Ако врабчета са 22. Те са 22 : 2 = 11 монети. Остават 30 – 11 = 19 монети за 8 птици.

Осем птици (гълъби и яребици) струват най-малко 16 монети (8 гълъби по 2 монети).

Остават 3 монети. Вече не е трудно да съобразим, че гълъбите са 5, а яребиците - 3.

Ще предложим за дискусия и следното решение:

Разделяме 30 птици на три по 10.

От 10 : 3 = 3 (остатък 1) $\Longrightarrow$ за 10 монети можем да купим 3 яребици и 2 врабчета;

От 10 : 2 = 5 (остатък 0) $\Longrightarrow$ за 10 монети можем да купим 5 гълъба;

От 10: 1 = 10 (остатък 0) $\Longrightarrow$ за 10 монети можем да купим 20 врабчета;

Общо 3 яребици, 5 гълъба и 22 врабчета.

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 8. На Иван не достигат 27 лева, за да закупи книгата „За животните”. На Петър не достига 1 лев, за да си купи същата книга. Парите на двамата общо не достигат, за да купят тази книга. Колко струва тази книга?

Задача 9. Иван, Петър и Стефан закупили общо 40 акции. Иван закупил с 8 акции повече от Петър и два пъти по-малко акции от Стефан. Колко акции е закупил Стефан?

Задача 10. Намерете двуцифрено число, което е 7 пъти по-голямо от сбора на цифрите си.

Задача 11. Всяко число по-голямо от 8 може да се представи като сбор на числата 3 и 5? Запишете по този начин представянията на четири числа, които са по-големи от 8.

Пример: 13 = 5 + 5 + 3;

Задача 12. Тридесет птици – яребици, гълъби и врабчета струват 30 монети. Яребиците са по 2 монети, за 2 гълъба – по 1 монета, а 3 врабчета – по една монета. Колко са птиците от всеки вид?

Тема № 1

Очакваме отговорите на задачите за самостоятелна работа

до 15.11.2022 г. на адрес talanti_1@abv.bg.

След получаване на отговорите ще получите и тема № 2.

Успех!

За „делимо"- то, делителя, частно и остатъка

Числото 12 се дели на 3. Получава се частно 4.

Числото 13 не се дели на 3.

Казваме обаче, че при делението на 13 на 3 се получава **частно 4** и **остатък 1.**

Числото 12 се дели на 3. Получава се частно 4. Казваме, че **остатъка е 0.**

Нещо повече:

Делимото = **Делителя**. частнота + **остатъка.**

Примери:

14 : **7** = 2

Делимо = **Делител**. частно + **остатък.**

14 = **7** . 2 + **0.**

15 : **7** = частно 2 + **остатък 1**

Делимо = **Делител** . частно + **остатък.**

15 =7 . 2 + 1.

4 : 9 = частно 0 + **остатък 4**

Делимо = **Делител**. частно + **остатък.**

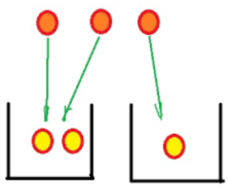
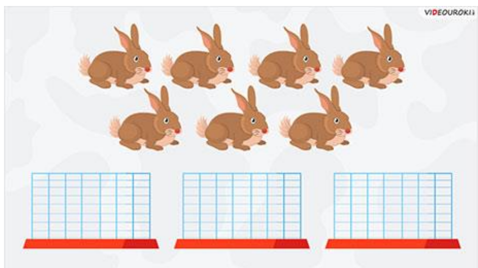
4 = **9** . 0 + **4.**

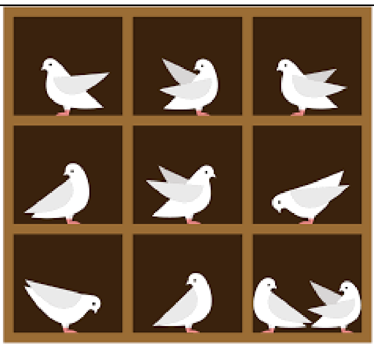
Кое е най-малкото естествено число, което при делението на 5 дава остатък 3? **Отговор:** 3.

Правило на Дирихле

На името на **Петер Густаф Лежандр Дирихле,** немски математик (роден през 1805 г. - умира през 1859 г.), е именуван **правило (принцип).**

Наричат го „принцип на чекмеджетата“, „принцип на зайците“, „принцип на гълъбите“

с чекмеджета и книги	Ако имаме **няколко чекмеджета** и в тях поставяме книги, чиито брой е по-голям от броя на чекмеджетата, тогава в едно от чекмеджетата ще има поне 2 книги. 
с клетки и зайци	Ако имаме **няколко клетки** и в тях поставяме зайци, чиито брой е по-голям от броя на клетките, тогава в една от клетките ще има поне 2 заека. 
с кафези и гълъби	Ако имаме **няколко кафеза** и в тях поставяме гълъби, чиито брой е по-голям от броя на кафезите, тогава в един от кафезите ще има поне 2 гълъба.

Пояснение:

Едно и също означава:	„*поне 2 предмета*”	„*най-малко 2 предмета*”	„не по-малко от 2 предмета”
	2, 3, 4, … предмета	2, 3, 4, … предмета	2, 3, 4, … предмета

Пример 1.Ако в **2** клетки стоят **3** заека, то обезателно ще се намери клетка, в която да има поне (най-малко) 2 заека.

Да проверим: Ето всички възможни разпределения на зайците

клетка	**първа**	**втора**
Брой зайци	3	0
Брой зайци	2	1
Брой зайци	1	2
Брой зайци	0	3

Оказва се, че винаги има клетка с поне 2 заека.

Пример 2.Ако в **3** клетки стоят **4** заека, то обезателно ще се намери клетка, в която да има поне (най-малко) 2 заека.

Да проверим: Ето всички възможни разпределения на зайците:

клетка	**първа**	**втора**
Брой зайци	4	0
Брой зайци	3	1
Брой зайци	2	2

Брой зайци	1	3
Брой зайци	0	4

Оказва се, че винаги има клетка с поне 2 заека.

Пример 3. Ако в **3** клетки стоят **7** заека, то обезателно ще се намери клетка, в която да има поне (най-малко) 3 заека.

Да проверим: Ето всички възможни разпределения на зайците:

клетка	**първа**	**втора**
Брой зайци	7	0
Брой зайци	6	1
Брой зайци	5	2
Брой зайци	4	3
Брой зайци	3	4
Брой зайци	2	5
Брой зайци	1	6
Брой зайци	0	7

Оказва се, че винаги има клетка с поне 3 заека.

Съвет:

За да получим вярно твърдение извършваме следното:

Разпределяме равномерно зайците.

Останалите трябва да поставим в клетка. Правим извод.

Клетките са 3. Зайците са 7. От 7 : 3 = 2 *(остатък 1) следва че сме поставили във всяка от клетките по 2 заека, но остава 1 заек. Така винаги ще има клетка с 3 заека.*

Пример 4. Ако в **3** клетки стоят **10** заека, то обезателно ще се намери клетка, в която да има поне (най-малко) 4 заека.

Разпределяме равномерно зайците. Останалите трябва да поставим в клетка. Правим извод.

Клетките са 3. Зайците са 10. От 10 : 3 = 3 *(остатък 1) следва че сме поставили във всяка от клетките по 3 заека, но остава 1 заек. Този заек трябва да го поставим в клетка, така той ще се окаже с 4 заека.*

Пример 5. Ако в **3** клетки стоят **11** заека, то обезателно ще се намери клетка, в която да има поне (най-малко) 4 заека.

Разпределяме равномерно зайците. Останалите трябва да поставим в клетка. Правим извод.

Клетките са 3. Зайците са 11. От 11 : 3= 3 *(остатък 2) следва че сме поставили във всяка от клетките по 3 заека, но остават 2 заека. Тях отново ги поставяме – може в една клетка, но може и в две различни клетки - ще има 1 клетка с 5 заек или 2 клетки с 4 заека.Твърдението е вярно – има клетка с най-малко 4 заека.*

Често задачите от олимпиади и състезания по математика се решават лесно с помощта на правилото на Дирихле, стига да се досетим **кой ще играе ролята на зайците**, и **кой на клетките.**

ЗАДАЧИ

Задача 1. Разполагаме с 4 заека. Трябва да ги разпределим в 3 клетки. Вярно ли е твърдението, че винаги има клетка с поне 3 заека?

Решение: От

4 заека :3 клетки = по 1 заек в клетка (остава 1 заек).

Този заек го разпределяме в една от клетките и се получава следното разпределение:

клетка	първа	втора	трета
Брой зайци	2	1	1

Тогава твърдението НЕ е вярно.

Задача 2. Момичетата в един клас са 8. Вярно ли е твърдението, че има поне две, които са родени в един и същи ден от седмицата?

Решение:

Чекмеджетата *(клетките)* - **7-те дни от седмицата**,

Книгите (зайците) – **8-те момичета**.

От

8 момичета : 7 дни от седмицата = по 1 момиче в ден от седмицата (остава 1 момиче).

Това момиче го разпределяме в една от клетките и се получава следното разпределение:

Ден от седмицата	понеделник	вторник	сряда	четвъртък	петък	събота	неделя
Брой момичета	1	1	1	1	1	1	1

Едното момиче добавяме към вече поставено момиче в ден от седмицата. Тогава има поне 2 момичета, които са родени в един и същ ден от седмицата**.**

Твърдението е вярно.

Задача 3. Учениците в един клас са 25. Вярно ли е твърдението, че има поне двама, които са родени в един и същи месец?

Решение:

„Чекмеджетата” - 12-*те месеца от годината,*

„книгите” – 25-*те ученици.*

25 ученици : 12 месеца = по 2-ма ученика във всеки месец (остава 1 ученик).

Тогава има поне 3 ученици, които са родени в един и същ ден месец.

Задача 4. Разглеждаме числата от 0 до 14. Вярно ли е, че измежду 4 произволно избрани от тези числа винаги има две, чиито разлика се дели на 3.

Решение:

Разгледайте внимателно таблицата, в която са числата от 0 до 14 и остатъците при деление на всяко от тях на 3:

число	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Остатък при деление на 3	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2

Първо ще отбележим, че при деление на 3 остатъците са 0, 1 или 2.

„Чекмеджетата” - *3-те остатъка,*

„книгите” –*4-те числа.*

4 числа : 3 остатъка = по 1 число с различни остатъци (остава 1 число).

Тогава има поне 2 числа, които при делението на 3 дават един и същ остатък.

Известно е твърдението:

Ако две числа дават един и същ остатък за един и същ делител, то разликата на тези две числа разделена на този делител дава остатък 0.

Да получим разликата на две от числата, които **дават остатък 0 при делението на 3:**

Това са числата са 0, 3, 6, 9 и 12.

Разликите на всеки две от тях са 3-0, 6-0, 9-0, 12-0, 6-3, 9-3, 12 – 3, 9 – 6, 12-6 и 12 – 9.

Всяка от тези разлики се дели на 3.

Да получим разликата на две от числата, които **дават остатък 1 при делението на 3:**

Това са числата са 1, 4, 7, 10 и 13.

Разликите на всеки две от тях са 4 – 1 , 7 – 1 , 10 – 1 , 13 – 1 , 7 – 4 , 10 – 4 , 13 – 4 , 10 – 7 , 13 – 7 , 13 – 10 .

Всяка от тези разлики се дели на 3.

Да получим разликата на две от числата, които **дават остатък 2 при делението на 3:**

Това са числата са 2, 5, 8, 11 и 14.

Разликите на всеки две от тях са 5 – 2 , 8 – 2 , 11 – 2 , 14 – 2 , 8 – 5 , 11 – 5 , 14 – 5 , 11 – 8 , 14 – 8 , 14 – 11 .

Всяка от тези разлики се дели на 3.

Задача 5. Ако в един шкаф има 37 знаменца от 4 цвята. Покажете, че сред тях има поне 10 от един и същ цвят.

Решение:

„Чекмеджетата" –4 *цвята,*

„книгите" –37-*те знаменца.*

От 37 : 4 = 9 (ост.1) следва, че има поне 10 знамена от един и същ цвят.

Задача 6. В първенство по футбол участват 10 отбора. Всеки два отбора играят помежду си един мач. Вярно ли е, че винаги ще има два отбора, които са изиграли един и същ брой мачове**.**

Решение:

Да предположим, че има период, в който всички отбори са играли различен брой мачове. Най-малкият брой мачове, които може да е изиграл един отбор е 0, а най- големия – 9. Но ако има отбор с 0 изиграни мача, тогава няма да има отбор с 9 изиграни мача. Т.е. възможностите са от 0 до 8. (или от 1 до 9).

„Чекмеджетата" – *точките от 0 до 8. (или от 1 до 9), т.е.* **9 на брой**

„книгите" –10-*те отбора.*

10 отбора : 9 = по 1 отбор за всяка един от 9 - те сбора на точки (остава 1 отбор).

Тогава има поне 2 отбора с един и същ сбор от точки.

ЗАДАЧИ ЗА САМОСТОЯТЕЛНА РАБОТА

Задача 7. В един клас учат 27 ученици. На диктовката по английски език един ученик допуснал 12 грешки, а останалите ученици имали по-малко грешки. Имало и такива, които са написали диктовката без грешки. Вярно ли е, че има поне трима ученици, които са допуснали еднакъв брой грешки?

Задача 8. Вярно ли е, че сред 5 числа винаги може да изберат две, така че тяхната разлика да се дели на 4.

Задача 9. В зеленчуков магазин има 25 щайги с ябълки от три сорта. Ябълките във всяка от щайгите са от един и същ сорт. Можем ли да намерим сред тези щайги 9 щайги с ябълки от един и същ сорт?

Задача 10. Вярно ли е, че сред всеки три числа избрани от числата от 1 до 8 има две, сбора на които се дели на 2?

Задача 11. Дадени са 4 числа: a, b, c и d. Има ли сред тях едно число, или няколко числа, чийто сбор се дели на 4?