ЗАДАЧИ ЗА 2. КЛАС

Задача 1. Сборът на три различни едноцифрени числа е 24. Кое число ще получим, ако от най-голямото от тези три едноцифрени числа извадим най-малкото?

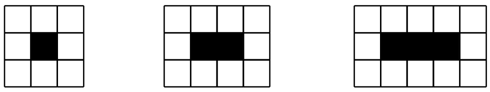
Задача 2. Записах две числа със сбор 17. От по-голямото от двете числа извадих 3, а към по-малкото прибавих 2. Получих две нови числа. Колко е сборът на тези две нови числа?

Задача 3. С еднаквите цветчета ❁, ❀ и ✿ са закрити едни и същи числа, така че

❁ + ❀ = 6
❁ + ✿ = 5
❀ + ✿ = 9

Кое е числото, закрито с ❀?

Задача 4. Всяка фигура е получена, като един ред от черни квадратчета се огради с бели квадратчета.



Фигура 1 Фигура 2 Фигура 3

В коя подред фигура ще има 34 бели квадратчета?

Задача 5. На опашка за хотдог са наредени един зад друг куче, котка, лисица, язовец и зайче. Кучето е пред котката, но е след зайчето. Лисицата и зайчето не са един до друг. Язовецът не е нито до кучето, нито до лисицата. Кое от животните може да е последно на тази опашка? Запишете всички възможни отговори.

ЗАДАЧИ ЗА 3. КЛАС

Задача 1. Колко са числата x, такива, че $x + 5$ е едноцифрено число?

Задача 2. Колко двуцифрени четни числа с различни цифри можем да запишем с цифрите 0, 1, 2 и 3?

Задача 3. От 28 литра мляко се получава 7 килограма сирене. От колко литра мляко се получава 12 килограма сирене?

Задача 4. В една тъмна стая има обувки - 2 чифта черни и 1 чифт кафеви обувки. Колко най-малко обувки трябва да вземем, така че сред тях да има поне1 чифт обувки от един и същ цвят? (*счита се, че в тъмното не можем да различаваме не само цветовете, но и лява от дясна обувка*).

Задача 5. С шесте цифри 0, 1, 3, 4, 5 и 7 са съставени две трицифрени числа. Кои са тези две трицифрени числа, ако разликата им е възможно най-малката?

ЗАДАЧИ ЗА 4. КЛАС

Задача 1. Четвъртинката от торта струва с 10 лева и 50 стотинки по-малко от половинката от същата торта. Колко лева струват две такива торти?

Задача 2. Кои са възможните стойности на сбора на трицифрено число със сбор на цифрите 5 и числото 6?

Задача 3. Петър използва 4 прави линии, за да разреже правоъгълник на части. Колко най-много части е възможно да получи?

Задача 4. Колко от знаците за събиране трябва да се заменят със знак за умножение, за да се получи вярно равенство?

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 69$$

Задача 5. Разделих числото x на 2 и след това към полученото частно прибавих 4. Полученият сбор разделих на 2. Получих частно 10. Кое е числото x? Запишете всички възможни отговори!

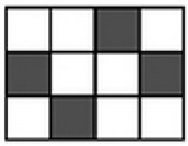
ЗАДАЧИ ЗА 5. КЛАС

Задача 1. Разполагаме с 12 монети от 2 лева и 12 банкноти от 5 лева. По колко различни начина можем да заплатим покупка от 62 лева, без да ни връщат, като използваме само банкноти и монети от наличните?

Задача 2. С числата от 1 до 16, записани едно след друго, е получено многоцифреното число 12345678910111213141516. Колко е остатъкът при делението на това число на 3?

Задача 3. Кое е най-малкото естествено число, което дава остатък 1 при деление на 3, остатък 2 при деление на 4 и остатък 3 при деление на 5?

Задача 4. Правоъгълник е разделен на 12 еднакви квадратчета със страна 1 см, 4 от които са оцветени. Колко са всички квадрати на чертежа, в които има и оцветени, и неоцветени квадратчета, и броят на неоцветените квадратчета в тях е 2 пъти по-голям от броя на оцветените?

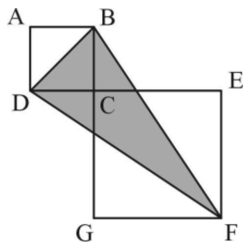


Задача 5. На колко нули завършва числото, равно на произведението на всички естествените числа, по-големи от 22 и по-малки от 33?

ЗАДАЧИ ЗА 6. КЛАС

Задача 1. На лист записах числата от 1 до 10: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Под всяко число записах броя на естествените числа, които го делят точно (с остатък 0). Колко нечетни числа съм записал на листа?

Задача 2. На чертежа $ABCD$ и $CEFG$ са квадрати, $AB = 6\ cm$ и $CE = 10\ cm$. Колко квадратни сантиметра е лицето на защрихования ΔDBF?



Задача 3. Естествените числа x и y имат сбор 186 и общ делител 31. Колко са възможните различни разлики $x - y$?

Задача 4. С колко процента трябва да увеличим страните на квадрат с лице 144 кв. см, за да получим квадрат с обиколка 72 см?

Задача 5. Пресметнете

$$\frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}\ .$$

Отговорът запишете като несъкратима дроб.

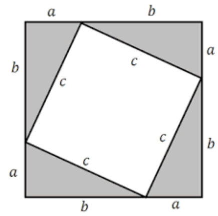
ЗАДАЧИ ЗА 7. КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза $(1002^2 - 4008 + 2^2) : 10^4 - 99$.

Задача 2. Пресметнете $55\ 554.55\ 559.55\ 552 - 55\ 556.55\ 551.55\ 558$.

Задача 3. Запишете всички равни на 25 сборове на поне две последователни естествени числа?

Задача 4. В квадрат със страна $a + b$ е вписан друг квадрат със страна c.



Нека $a = 4x, b = x^2 - 4$ и $c = Ax^2 + Bx + C$. Пресметнете коефициентите A, B и C.

Задача 5. В 50 кг гъби водата е 90%. След сушене тези гъби тежат 20 килограма с x % вода в тях. Пресметнете x.

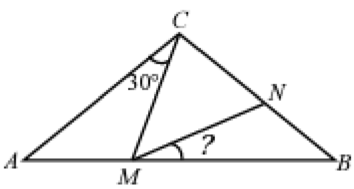
ЗАДАЧИ ЗА 8. КЛАС

Задача 1. Пресметнете $25x + 9y$, ако $x^2 + 4y^2 + 4x + 8y = -8$

Задача 2. Колко са всички 5-цифрени числа, които можем да получим от числото 12233 с разместване на цифрите му?

Задача 3. Колко са естествените числа, делители на 6!, всяко от което има нечетен брой естествени числа за делители?

Задача 4. Ако $AC = BC, MC = CN$ и $\measuredangle ACM = 30°$, пресметнете в градуси $\measuredangle NMB$.



Задача 5. Решете уравнението $(5x - 2)^2 = (2x - 1)^2$.

ЗАДАЧИ ЗА 9. КЛАС

Задача 1. Стойността на израза $\sqrt{6 - \sqrt{20}} - \sqrt{5}$ е цяло число. Кое е то?

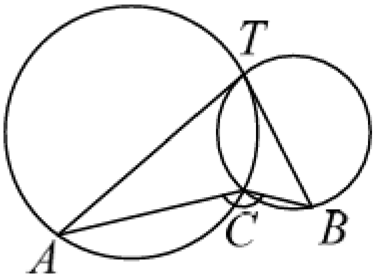
Задача 2. Намерете сбора на отрицателните числа x, y и z, ако

$$\begin{vmatrix} xy = 1 \\ yz = 2 \\ zx = 18 \end{vmatrix}$$

Задача 3. Решете уравнението $(x^2 - 10x + 26)^4 = 1 - (x^2 - 4x - 5)^2$.

Задача 4. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $x^2 - x - 1 = 0$, пресметнете $|x_1^2 - x_2^2|$.

Задача 5. На чертежа правите *TA* и *TB* са секущи в едната окръжност и допирателни към другата окръжност**.** Ако $\measuredangle TAC = x°, \measuredangle TBC = y°$, изразете чрез *x* и *y* мярката на $\measuredangle ACB$.

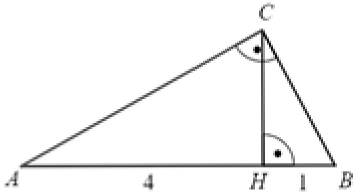


АДАЧИ ЗА 10. КЛАС

Задача 1. Колко са целите числа *x*, за които $\sqrt{x^2 - 2x + 1} \leq 1$?

Задача 2. Колко е остатъкът от делението на $x^4 + 2x^3 - 3x - 101$ на $(x + 1)$?

Задача 3. В правоъгълния ΔABC петàта на височината към хипотенузата *AB* дели *AB* на отсечки с дължини *AH* = 4 *cm* и *BH* = 1 *cm*. Колко сантиметра е по-големият катет?



Задача 4. Колко са четирицифрените числа $\overline{abcd}$, записани с различни цифри a, b, c и d, такива че $a.b = c.d$?

Задача 5. Ако CL е ъглополовяща на $\measuredangle ACB$ в ΔABC. Колко сантиметра е дължината на отсечката CL, ако $AC = 3\ cm$, $BC = 4\ cm$, $AB = 5\ cm$?

ОТГОВОРИ

клас/задача	1	2	3	4	5
2	2	16	5	14	котката, язовеца или лисицата
3	5	5	48	4	401, 375
4	84	110, 119, 128, 137, 146, 209, 218, 227, 236, 308, 317, 321, 407, 416, 508	11	2	32, 33, 34, 35
5	3	1	58	2	3
6	8	78	5	50	1/15
7	1	24	12 +13 = 3+4+5+6+7	1, 0, 4	75
8	-59	29	6	15	$x_1 = \frac{3}{7}, x_2 = \frac{1}{3}$
9	-1	$-9\frac{1}{3}$	5	$\sqrt{5}$.	$2x + 2y$
10	3	-99	$2\sqrt{5}$	40	$\frac{12\sqrt{2}}{7}$

ОТГОВОРИ И КРАТКИ РЕШЕНИЯ

ВТОРИ КЛАС

Задача 1. Отговор: 2. **Решение**: От 9 + 8 + 7 = 24, следва че трите числа са 9 , 8 и 7. Търсената разлика е 9 – 7 = 2.

Задача 2. Отговор: 16. **Решение:**

Сборът 17 е намален първо с 3, а след това увеличен с 2. Получаваме $17 - 3 + 2 = 16$.

От $9 + 8 = 17$, следва че числата може да са 9 и 8.

Пресмятаме $(9 - 3) + (8 + 2) = 6 + 10 = 16$.

Задача 3. Отговор: 5.

Решение: От първите равенства следва, че зад ❀ е скрито число, което е с 1 по-голямо от ✿. Тогава ✿+1 + ✿ = 9 ⟹ ✿ = 4⟹ ❀ = 5.

Задачата може да се реши и така:

❁+ ❁+ ❀ + ❀ + ✿ + ✿= 6 + 5 + 9 ⟹ ❁+ ❀ + ✿ = 10⟹❀+ (❁ + ✿)= 10

⟹❀ + 5= 10 ⟹❀= 5.

Задача 4. Отговор: 14.

Решение: В 1-та фигура има 3 + 3 + 1 + 1 бели квадратчета;

Във 2-та фигура има 3 + 3 + 2 + 2 бели квадратчета;

В 3-та фигура има 3 + 3 + 3 + 3 бели квадратчета;

В **14**-та фигура има 3 + 3 + 14 + 14 = 34 бели квадратчета;

Задача 5. Отговор: 3. **Решение:**

Кучето е пред котката, но след зайчето ⇒ зайче, куче, котка.

Лисицата и зайчето не са един до друг ⇒ $\begin{cases} \text{зайче, куче, лисица, котка} \\ \text{зайче, куче, котка, лисица} \end{cases}$

Язовеца не е нито до кучето, нито до лисицата⇒ $\begin{cases} \text{язовец, зайче, куче, лисица, котка} \\ \text{зайче, куче, лисица, котка, язовец} \\ \text{язовец, зайче, куче, котка, лисица} \end{cases}$

ЗАДАЧИ ЗА ТРЕТИ КЛАС

Задача 1. Отговор: 5. **Решение:** Това са числата 0, 1, 2, 3 и 4.

Задача 2. Отговор: 5. **Решение:** Числата са 5: 10, 20, 30, 12, 32,

Задача 3. Отговор: 48. **Решение:** От 4 литра мляко се получава 1 кг. Тогава 12 кг сирене ще се получат от 48 литра мляко.

Задача 4. Отговор: 4 обувки. **Решение:** Ако вземем 3 или по-малко обувки, то те могат да се окажат за единия крак (само леви или само десни). Следователно трябва да вземем не по-малко от 4 обувки. Така ще е сигурно, че ще се окаже един чифт от един и същ цвят.

Задача 5.Отговор: 401 и 375. **Решение:** 401 – 375 = 26.

ЗАДАЧИ ЗА ЧЕТВЪРТИ КЛАС

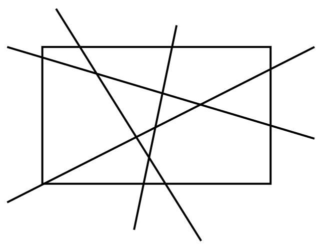
Задача 1.Отговор: 84. **Решение:** Две четвъртинки са половинката от тортата. Тогава четвъртинката от тортата струва 10 лева и 50 стотинки.

Цялата торта струва 4. 10 лева 50 стотинки = 42 лева, а две такива торти – 84 лева.

Задача 2. Отговор:. **Решение:**

104 + 6 = 110, 113+6 = 119, 122 + 6 =128, 131 + 6 =137,
140 + 6 = 146, 203 + 6 = 209, 212+6 = 218, 221 + 6 = 227, 230 +6 = 236,
302 + 6 = 308, 311 + 6 = 317, 320 +6 =326,
401 + 6 = 407, 410 + 6 = 416,
501 + 6 = 508.

Задача 3. Отговор: 11.
Решение:



Задача 4. Отговор: 2. **Решение:** 1 + 2 + 3 . 4 . 5 + 6 = 69.

Задача 5. Отговор: 32, 33, 34 и 35.

Решение: Когато делението е точно:

☺ $\xrightarrow{:2}$ 😐 $\xrightarrow{+4}$ ☹ $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

☺ $\xrightarrow{:2}$ 😐 $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 1010 (точно)

☺ $\xrightarrow{:2}$ 16 (точно) $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

32 $\xrightarrow{:2}$ 16 (точно) $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

Когато едно от деленията е точно, а при другото се получава остатък 1.

☺ $\xrightarrow{:2}$ 😐 $\xrightarrow{+4}$ ☹ $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

☺ $\xrightarrow{:2}$ 😐 $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 1010 (точно)

☺ $\xrightarrow{:2}$ 16 (остатък 1) $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

33 $\xrightarrow{:2}$ 16 (остатък 1) $\xrightarrow{+4}$ 20 $\xrightarrow{:2}$ 10 (точно)

$$☺ \xrightarrow{:2} 😐 \xrightarrow{+4} ☹ \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 😐 \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 17 \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 17 \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$34 \xrightarrow{:2} 17\text{(точно)} \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

Когато и при двете деления се получава остатък 1.

$$☺ \xrightarrow{:2} 😐 \xrightarrow{+4} ☹ \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 😐 \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 17\text{(остатък 1)} \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$☺ \xrightarrow{:2} 17\text{(остатък 1)} \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

$$35 \xrightarrow{:2} 17\text{(остатък 1)} \xrightarrow{+4} 21 \xrightarrow{:2} 10 \text{ (остатък 1)}$$

ЗАДАЧИ ЗА 5. КЛАС

Задача 1. Отговор: 3. **Решение:** Начините са три:

62 = 1 монета от 2 лева + 12 банкноти от 5 лева;

62= 6 монети от 2 лева + 10 банкноти от 5 лева;

62 = 11 монети от 2 лева + 8 банкноти от 5 лева.

Задача 2. Отговор: 1. **Решение:** Сборът от цифрите на това число е

(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) = 45 + 28 = 73.

Числото не се дели на 3, тогава от 12345678910111213141516 = 12345678910111213141515 + 1,

получаваме че остатъкът при делението на числото 12345678910111213141516 на 3 е 1.

Задача 3. Отговор: 58. **Решение:** Ако към търсеното число прибавим 2, то то полученият сбор ще се дели точно на 3, 4 и 5. Намираме НОК на 3, 4 и 5 и получаваме 60. Търсеното число ще е 60 – 2 = 58.

Задача 4. Отговор: 2. **Решение:** Сред квадратите 2 × 2 няма такива, в които броят на неоцветените квадрати да е 2 пъти по-голям от броя на оцветените.

И в двата квадрата 3×3, броят на неоцветените квадрати е 2 пъти по-голям от броя на оцветените.

Задача 5. Отговор: 3. **Решение:**

23.24.25.26.27.28.29.30.31.32 = (24.25).23.26.27.28.29.30.31.32 = 600.30. 26.27.28.29.31 =

= $\overline{\ldots 000}$.

ЗАДАЧИ ЗА 6. КЛАС

Задача 1. Отговор: 8. **Решение:** Първоначално са записани 5 нечетни числа, а след това още 3 нечетни числа – броят на делителите на 1, 4 и 9. Общо нечетните числа на листа са 8.

Задача 2. Отговор: 78. **Решение:** Нека допълним фигурата до квадрата $AYFX$, страните на който са 6 *см*+ 10 *см* = 16 *см*.

Тогава $S_{DBF} = S_{AXFY} - (S_{ABD} + S_{DFX} + S_{BYF}) = 256 - (18 + 80 + 80) = 78$ *кв. см.*

Задача 3. Отговор: 5.

Решение: Нека числата са x и y. Тогава съществуват естествени числа n и m, такива че

$$x = 31n, y = 31m \Rightarrow x + y = 6 \Rightarrow \begin{cases} x = 31, y = 155 \\ x = 155, y = 31 \\ x = 62, y = 124 \\ x = 124, y = 62 \\ x = 93, y = 93 \end{cases} \Rightarrow x - y = \begin{cases} \pm 124 \\ \pm 62 \\ 0 \end{cases}$$

Задача 4. Отговор: 50. **Решение:** Страната на квадрата е 12 см и трябва да я увеличим до 72 см : 4 = 18 см с $x\% \Rightarrow 12 + \frac{x}{100}.12 = 18 \Rightarrow x = 50\%$.

Задача 5. Отговор: $\frac{1}{15}$.

Решение: $\frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} = \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9} + \frac{1}{9.10} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{5}{30} - \frac{3}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$

ЗАДАЧИ ЗА 7. КЛАС

Задача 1. Отговор: 1.

Решение: $(1002^2 - 4008 + 2^2) : 10^4 - 99 = (1002 - 2)^2 : 10^4 - 99 = 100 - 99 = 1$.

Задача 2. Отговор: 24.

Решение: Нека 55 555 заменим с x. Тогава

$$55\,554.55\,559.55\,552 - 55\,556.55\,551.55\,558 = (x-1)(x+4)(x-3) - (x+1)(x-4)(x+3) = 24.$$

Задача 3. Отговор: 12 +13 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7.

Решение: Ако числата са

$n, n+1, \ldots, n+m-1 \Rightarrow m(2n+m-1)=50 \Rightarrow \begin{cases} n=12, m=2 \\ n=3, m=5 \end{cases} \Rightarrow 12+13=3+4+5+6+7=25$

Задача 4. Отговор: $A=1, B=0, C=4$.

Решение: От Питагоровата теорема

$$c^2=(x^2-4)^2+(4x)^2=(x^2+4)^2 \Rightarrow c=x^2+4 \Rightarrow A=1, B=0, C=4.$$

Задача 5. Отговор: 75.

Решение:

	маса	**% вода**	**Чисто вещество**
Пресни гъби	50	90	$50.\frac{100-90}{100}$
Сухи гъби	20	x	$20.\frac{100-x}{100}$

Сравняваме чистото вещество в пресните в сухите гъби:

$$50.\frac{10}{100}=20.\frac{100-x}{100} \Leftrightarrow 500=2000-20x \Leftrightarrow x=75$$

ЗАДАЧИ ЗА 8. КЛАС

Задача 1. Отговор: -59. **Решение:**

$$x^2+4y^2+4x+8y=-8 \Leftrightarrow (x+2)^2+(2y+2)^2=0 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} y=-1 \\ x=-2 \end{array} \right. \Rightarrow 25x+9y=-59.$$

Задача 2. Отговор: 29. **Решение:** $\frac{5!}{1!.2!.2!}-1=30-1=29$.

Задача 3. Отговор: 6. Решение: $6!\ =\ 720\ =2^4.3^2.5$.

Нечетен брой делители имат точните квадрати и те са от вида $2^n.3^m$, където $n=0,2,4$; а $m=0,2$. Броят им е 3.2 = 56.

Задача 4. Отговор: 15.

Решение: Нека $\measuredangle ABC=x \Rightarrow \measuredangle BAC=x \Rightarrow \measuredangle ACB=180°-2x \Rightarrow$

$\Rightarrow \measuredangle MCB=\measuredangle ACB-\measuredangle ACM=180°-2x-30°=150°-2x$.

Разглеждаме $\Delta\, MNC$, който е равнобедрен с ъгъл между бедрата му $150°-2x$

$$\Rightarrow \measuredangle CMN=\frac{1}{2}(180°-\measuredangle MCB)=\frac{1}{2}\big(180°-(150°-2x)\big)=15°+x$$

$$\Rightarrow \measuredangle CMB = \begin{cases} ?\ + \measuredangle CMN = ? + 15^\circ + x \\ \measuredangle ACM + \measuredangle CAM = 30^\circ + x \end{cases} \Rightarrow ? + 15^\circ + x\ = 30^\circ + x\ \Rightarrow ? = 15^\circ\ .$$

Задача 5. Отговор: $x_1 = \frac{3}{7}, x_2 = \frac{1}{3}$.

Решение: Нека $(5x-2)^2 = (2x-1)^2 \Leftrightarrow (5x-2)^2 - (2x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (5x-2+2x-1)\big(5x-2-(2x-1)\big) = 0 \Leftrightarrow (7x-3)(3x-1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{3}{7}, x_2 = \frac{1}{3}.$$

ЗАДАЧИ ЗА 9. КЛАС

Задача 1. Отговор: -1. **Решение:** Ще приложим формулата

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}.$$

В конкретния случай преобразуванията са:

$$\sqrt{6 - \sqrt{20}} = \sqrt{\frac{6 + \sqrt{36-20}}{2}} - \sqrt{\frac{6 - \sqrt{36-20}}{2}} = \sqrt{5} - 1\ \Rightarrow \sqrt{6 - \sqrt{20}} - \sqrt{5} = -1.$$

Задача 2. Отговор: $-9\frac{1}{3}$.

Решение:

$$\left| \begin{array}{l} xy = 1 \\ yz = 2 \\ zx = 18 \end{array} \right. \Rightarrow (xyz)^2 = 36 \Rightarrow |xyz| = 6 \Rightarrow xyz = -6 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = 3 \\ y = \dfrac{1}{3} \\ z = 6 \end{array} \right. \Rightarrow x + y + z = -9\frac{1}{3}$$

Задача 3. Отговор: 5. **Решение:**

$$(x^2 - 10x + 25 + 1)^4 \geq 1 \geq 1 - (x-5)^2(x+1)^2$$

$$(x^2 - 10x + 26)^4 = 1 - (x^2 - 4x - 5)^2 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} (x^2 - 10x + 25 + 1 = 1 \\ 1 - (x-5)^2(x+1)^2 = 1 \end{array} \right. \Leftrightarrow x = 5$$

Задача 4. Отговор: $\sqrt{5}$. **Решение:**

$$|x_1^2 - x_2^2\ | = |x_1 - x_2||x_1 + x_2| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2}.|x_1 + x_2| =$$

$$= \sqrt{x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2}.|x_1 + x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}.|x_1 + x_2| = \sqrt{5}$$

Задача 5. Отговор: $2x + 2y$.

Решение: $\measuredangle TAC$ е вписан, а $\measuredangle CTB$ е периферен и се измерват с половината на една и съща дъга $\widehat{TC} \Rightarrow \measuredangle TAC =\ \measuredangle CTB = x$.

$\measuredangle TBC$ е вписан, а $\measuredangle CTA$ е периферен и се измерват с половината на една и съща дъга $\widehat{TC}$

$\Longrightarrow \measuredangle TBC = \measuredangle CTA = y$

$\measuredangle ACB$ е сбор от външните ъгли при върха C и за ΔTAC, и за $\Delta CTB \Longrightarrow \measuredangle ACB = 2x + 2y$

ЗАДАЧИ ЗА 10. КЛАС

Задача 1. **Отговор:** 3. **Решение:**

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} \le 1 \Leftrightarrow |x-1| \le 1 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x - 1 \le 1 \\ x - 1 \ge -1 \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right. \Leftrightarrow x \in [0;2] \Rightarrow x \in \{0;1;2\} \Rightarrow$$

3 са целите числа.

Задача 2. Отговор: -99. **Решение:**

$$x^4 + 2x^3 - 3x - 101 = (x^3 + ax^2 + bx + c).(x+1) + d \xRightarrow{x=-1} -99 = d.$$

Задача 3. Отговор: $2\sqrt{5}$. **Решение:** От $CH = \sqrt{AH.BH} \Rightarrow CH = 2 \Rightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{20}$

Задача 4. Отговор: 40.

Решение: Сред цифрите не могат да са 0, 5 и 7.

Ако цифрата 9 участва в записа на числото:
9.😐 = ☺.☹⟹ 9.2= 6.3⟹ числата са 2.2!.2! = 8 .
Ако цифрата 8 участва в записа на числото:

8.😐 = ☺.☹$\Longrightarrow \begin{cases} 8.1 = 2.4 \Longrightarrow \text{ числата са } 2.2!.2! = 8 \\ 8.3 = 4.6 \Longrightarrow \text{ числата са } 2.2!.2! = 8 \end{cases}$

Ако цифрите 8 и 9 не участват в запис на числото, остават 1, 2, 3, 4, и 6:

$$1.6 = 2.3 \Longrightarrow \text{ числата са } 2.2!.2! = 8$$
$$2.6 = 3.4 \Longrightarrow \text{ числата са } 2.2!.2! = 8$$

Търсеният брой числа е 40.

Задача 5. Отговор: $\frac{12\sqrt{2}}{7}$.

Решение: Дължината на CL ще пресметнем с формулата $CL^2 = AC.BC - AL.BL$.

$$\left| \begin{array}{l} \frac{AC}{BC} = \frac{AL}{BL} \Rightarrow \frac{AL}{BL} = \frac{3}{4} \\ AL + BL = AB \Rightarrow AL + BL = 5 \end{array} \right. \Rightarrow AL = \frac{15}{7}, BL = \frac{20}{7} \Rightarrow CL = \frac{12\sqrt{2}}{7}.$$