

CONTENT**Page**

Задачи для 1. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	2
Задачи для 2. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	17
Задачи для 3. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	29
Задачи для 4. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	40
Задачи для 5. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	51
Задачи для 6. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	63
Задачи для 7. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	74
Задачи для 8. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	86
Задачи для 9./11. класса – осень, зима, весна, финал, эстафета, ответы	98



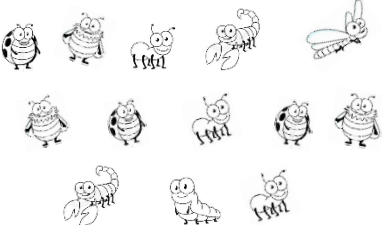
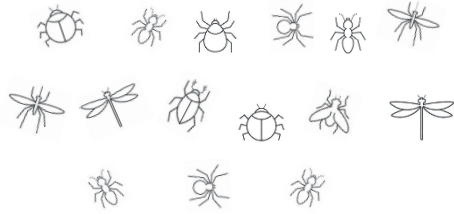
1. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

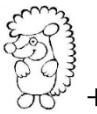
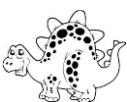
1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. В задачах с численным ответом нужно использовать *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

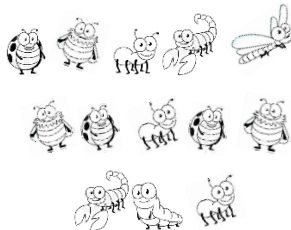
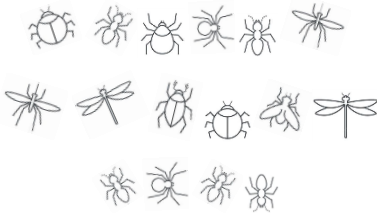
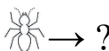
ОСЕНЬ – 1. КЛАСС

	 ПОСМОТРИ	 ПОДУМАЙ	 ЗАПИШИ
1	  $\rightarrow 3$	  $\rightarrow ?$	
2	$1, 2, 3 \rightarrow 1 + 2 + 3 = 6$ $? = 6$	$2, 3, 4 \rightarrow ... + ... + ... = ?$ $? =$	
3	 $\rightarrow 5$	 $\rightarrow ?$	
4	$\underbrace{1, 2, ..., ..., 5, 6}_{3 + 4 = 7}$ $? = 7$	$\underbrace{2, 3, ..., ..., 6, 7}_{... + ... = ?}$ $? =$	
5	$\bullet 1 \bullet \bullet 2 \bullet \bullet \bullet ?$ $? = 3$	$\bullet 1 \bullet \bullet 3 \bullet \bullet \bullet ? \bullet \bullet \bullet 7 \bullet \bullet \bullet \bullet 9$ $? =$	
6	$1 \rightarrow 3 \rightarrow ? \rightarrow 7 \rightarrow 9$ $? = 5$	$0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow ? \rightarrow 10$ $? =$	
7	 $? = 5 + 1$ $? = 6$	 $... + ... + ... = ?$ $? =$	
8	$3 - 2 + 4 - 3$ $+ \rightarrow -$ $- \rightarrow +$ $3 + 2 - 4 + 3 = ?$ $? = 4$	$3 + 2 - 1 - 3$ $+ \rightarrow -$ $- \rightarrow +$ $3 ... 2 ... 1 ... 3 = ?$ $? =$	

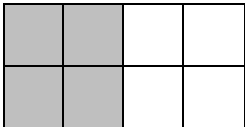
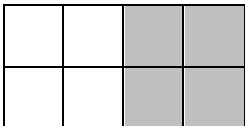
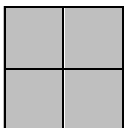
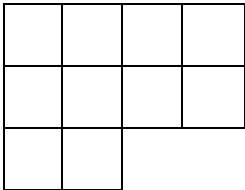
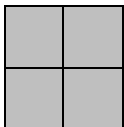
9	$3 + 2 < 3 + @$ $6 - 2 > @$ $@ = 3$	$3 + 2 > 3 + @$ $2 - 2 < @$ $@ = ?$	
10	$1 + 1 + 1 + 1 = 4$ $1 \rightarrow 2$ $2 + 2 + 2 + 2 = ?$ $? = 8$	$2 + 2 + 2 = 6$ $2 \rightarrow 3$ $\dots + \dots + \dots + = ?$ $? =$	
11	12345678 1357 15 $? = 15$	11223344 $? =$	
12	$\star + \star = 4$ $\star + \star + \star + \star = ?$ $? = 8$	$\star + \star = 2$ $\star + \star + \star + \star + \star + \star = ?$ $? =$	
13	$\star + \star = 2$ $\star + ? = 1$ $? = 0$	$\star + \star = 4$ $\star + ? = 3$ $? =$	
14	1, 2, 3, 5 $1 + 2 + 3 - 5 = ?$ $? = 1$	2, 3, 5, 1 $\dots + \dots + \dots - \dots = ?$ $? =$	
15	$\underbrace{7, 8, 9}_3$ $\underbrace{10}_2$ $\underbrace{7, 8, 9, 10}_5$	$\underbrace{6, 7, 8, 9, 10}_?$ $? =$	
16	$\ast \ast = \ast \ast \ast$ $\ast \ast \ast \ast \ast \ast = 4(\ast)$ $? = 4$	$\ast \ast \ast = \ast \ast$ $\ast \ast \ast \ast \ast \ast = ?(\ast)$ $? =$	

17	10, 11, 12, $1 + 0, 1 + 1, 1 + 2$ 1, 2, 3 $1 + 2 + 3 = 6$ $? = 6$	10, 13, 14 $? =$	
18	   3 2 4 $\square + \bullet - \Delta$ $3 + 2 - 4 = ?$ $? = 1$	   $\square - \bullet + \Delta$ $\dots - \dots + \dots$ $? =$	
19	8, 6, 2, 9, 1 $\rightarrow$ 1, 2, 6, 8, 9 $9 - 1 = 8$ 7, 2, 4, 5, 6 $\rightarrow$ 2, 4, 5, 6, 7 $7 - 2 = 5$	8, 0, 9, 10, 1 $\rightarrow$..., ..., ..., ..., ... $\dots - \dots = ?$ $? =$	
20	 +  +  = 3  -  -  = 1  -  = 1	 +  -  = ?	

ЗИМА – 1.КЛАСС

	 ПОСМОТРИ	 ПОДУМАЙ	 ЗАПИШИ
1	  → 3	  → ?	
2	$*** = * * * * *$ $* * * = 1(*)$ $? = 1$	$*** * = * * * * *$ $* * * * = ?(*)$ $? = ...$	
3	 +  -  → $4 + 1 - 2 = ?$ $? = 3$	 +  -  → ? $... + ... - ... = ?$ $? = ...$	
4	$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+4} ? \xrightarrow{+5} 16$ $? = 11$	$0 \xrightarrow{+1} ... \xrightarrow{+2} ... \xrightarrow{+3} ... \xrightarrow{+4} ... \xrightarrow{+5} ?$ $? = ...$	
5	$6 \xrightarrow{-1} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{-3} 4 \xrightarrow{+4} ? \xrightarrow{-5} 3$ $? = 8$	$3, 2, 4, 1, 5, ?$ $? = ...$	
6	$2, 3, 7 \rightarrow 2 + 3 + 7 = 12 \rightarrow 1 + 2 = ?$ $? = 3$	$4, 5, 5 \rightarrow ... + ... + ... = ... \rightarrow ... + ... = ?$ $? = ...$	
7	 $1 + 4 + 5 = 10$	 $... + ... + ... = ?$ $? = ...$	
8	$10, 11, 12, 13, 14$ $8, 9, 10, \underbrace{..., 14}_6$ $? = 6$	$10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$ $10, \underbrace{..., 16}_?$ $? = ...$	

9	2 + 4 - 6 ?	? = ...	
10	$1 + 1 + 1 = ? - 1$ $? = 4$	$2 + 2 + 2 = ? - 2$ $? = ...$	
11	$\square = 3 (\bullet)$ $2(\star) = 1 (\bullet)$	$2 (\square) + 4 (\star) = ? (\bullet)$	
12	$9 + 2 + 3 = 1?$ $9 + 2 + 3 = 14 \rightarrow ? = 4$	$3 + 5 + 2 + 3 = 1?$ $? = ...$	
13	1 $\rightarrow 3$ $\rightarrow 5$ $\rightarrow 4$	$\rightarrow ? = ...$	
14	4 9 3 6 2 7 1 8 5 4 9 3 6 2 7 1 8 5 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = ?$ $? = 15$	3 5 4 9 2 7 1 8 6 $... + ... + ... + ... + ... = ?$ $? = ...$	
15	$? \rightarrow >$	$? \rightarrow ...$	

16	$\square = 5 - 2$ $\circ = 8 - 4$ $\Delta = 2 + 3$ $3 < ? < 5$ $? \rightarrow \circ$	$\square = 4 + 0$ $\circ = 6 - 3$ $\Delta = 4 + 1$ $3 < ? < 5$ $? \rightarrow \dots$	
17	$2, 1, 4 \rightarrow 1 < 2 < 4$ $1 + 4 - 2 = 3$ $? = 3$	$5, 1, 2 \rightarrow \dots < \dots < \dots$ $\dots + \dots - \dots = ?$ $? = \dots$	
18	$8 + \star < 10$ $\star \rightarrow \underbrace{0, 1}_2 \rightarrow ? = 2$	$7 + \star < 11$ $\star \rightarrow \underbrace{\dots\dots}_? \rightarrow ? = \dots$	
19	    $?$ $? = 3$	  $?$ $? = \dots$	
20	$\ast < \ast < \odot$ $\ast + \ast + \odot = 5$ $\underbrace{0 + 1 + 4 = 5, 0 + 2 + 3 = 5}_2$ $? = 2$	$\ast < \ast < \odot$ $\ast + \ast + \odot = 6$ $? = \dots$	

ВЕСНА – 1. КЛАСС

Задача 1.

$$2 - 0 + 2 - 2 = \square$$

$$\square = ?$$

Задача 2.

$$10 - 2 - \square = 2$$

$$\square = ?$$

Задача 3.

$$1 + 1 + 2 + 2 - 3 - 3 = ?$$

Задача 4.

$$\square = 2$$

$$\Delta = \square + \square - 1$$

$$\square + \Delta = ?$$

Задача 5.

$$9, 12, 10 \Rightarrow 9 < 10 < 12 \Rightarrow 91012 \Rightarrow 0$$

$$9, 7, 0, 13 \Rightarrow 0 < 7 < 9 < 13 \Rightarrow 07913 \Rightarrow 9$$

$$30, 9, 20, 10 \Rightarrow \dots < \dots < \dots < \dots \Rightarrow \dots \Rightarrow ?$$

Задача 6.

$$9, 12, 10 \Rightarrow 9 < 10 < 12 \Rightarrow 10$$

$$9, 7, 0, 13, 1 \Rightarrow 0 < 1 < 7 < 9 < 13 \Rightarrow 7$$

$$30, 9, 20, 19, 10 \Rightarrow \dots < \dots < \dots < \dots < \dots \Rightarrow ?$$

Задача 7.

$$\begin{array}{ccccccc} & & 5 & & & & \\ & & + & & & & \\ 7 & - & \blacksquare & = & \bullet & & \\ & & = & & & & \\ & & 9 & & & & \end{array}$$

$$\bullet + \bullet - \blacksquare = ?$$

Задача 8. Сколько всего разных цифр можно подставить вместо $\square$, чтобы было верно неравенство: $100 - 10 - 20 < \square 0$

Задача 9.

$$10 + 20 + 30 + \square = 40 + 20 + 10$$

$$\square = ?$$

Задача 10.

$$\circ + \bullet + \square = 12;$$

$$\circ + \bullet = 7$$

$$\bullet + \square = 8$$

$$\bullet = ?$$

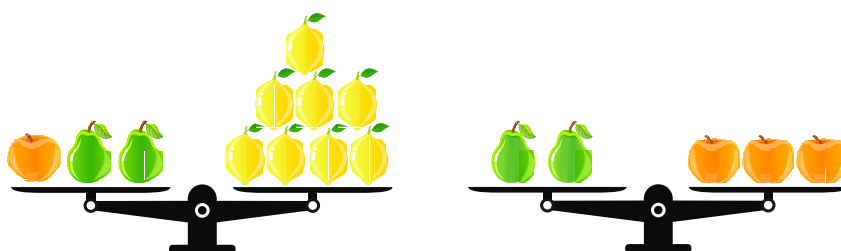
Задача 11. Сумма однозначного числа $\star$ и 9 равна сумме однозначного числа $\star$ и 1. Найдите $\star + \star$. Запишите все возможные суммы.

$$\star + 9 = \star + 1$$

$$\star + \star = ?$$

Задача 12. Пять детей написали в своих тетрадках пример: $10 + 20$. После этого каждый ребенок стер по одной цифре и вычислил правильную сумму. Сколько из полученных сумм обязательно окажутся равными в любом случае?

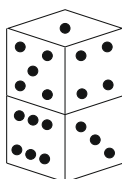
Задача 13. Одно яблоко и две груши весят вместе столько же, сколько восемь лимонов. Две груши весят вместе столько же, сколько три яблока. Сколько лимонов весят столько же, сколько 1 яблоко?



Задача 14. Сложили два различных двузначных числа и получили сумму меньше 23. От большего из этих чисел отняли меньшее. Какое число получилось? Запишите все возможные ответы.

Задача 15. День смеха празднуют в разных странах мира 1 апреля. В этом году 1 апреля будет пятница. Сколько пятниц будет в апреле 2022 г. после Дня смеха?

Задача 16. Сколько всего на кубиках точек, которые не видны на рисунке?



Задача 17. В вазе лежат яблоки и лимоны. Яблок всего 6, из которых 2 - желтые. Желтых плодов всего 11. Сколько всего плодов в вазе?

Задача 18. Какую цифру нужно зачеркнуть в выражении $10 + 20 + 30$, так чтобы получилась наименьшая сумма?

Задача 19. Сколько существует однозначных чисел, которые не больше 7?

Задача 20. Вычислите $1 - 10 + 2 + 3 + 4 + 5$.

Пример: $1 - 8 + 9 = 1 + 9 - 8 = 10 - 8 = 2$

$$1 - 5 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

$$1 - 5 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

ФИНАЛ – 1. КЛАСС

Задача 1.

$$7 + 8 + 9 + 10 + \square = 8 + 9 + 10 + 11 \Rightarrow \square = \dots$$

Задача 2. Вычислите

$$9 + 8 + 7 + 6 - 5 - 5 - 5 - 5 - 1$$

Задача 3. Вычислите $\bigcirc + \square$, если

$$\begin{array}{ccc} \bigcirc & \xrightarrow{+2} & 5 \xrightarrow{+\square} 11 \end{array}$$

Задача 4. Сколько чисел пропущено? $0, 1, 2, 3, \underbrace{\dots}_{?}, 19, 20$

Задача 5. Записали все числа от 19 до 33. В скольких числах есть цифра 2?

Задача 6. Сумма двух однозначных чисел равна 17. От большего из двух чисел отняли меньшее. Какая получилась разность?

Задача 7. Сколько существует целых чисел, которые НЕ больше 3?

Задача 8. Если уменьшить на 2 уменьшаемое в выражении $11 - 2$, то какая получится разность?

Задача 9.

$$10 + 23 = 24 \Rightarrow 1 + 23 = 24 \Rightarrow 0$$

$$14 + 23 = 24 \Rightarrow \dots \Rightarrow ?$$

Какую цифру нужно зачеркнуть в выражении $14 + 23 = 24$, чтобы получилось верное равенство?

Задача 10. Какую цифру нужно подставить вместо каждого $\square$, чтобы получить верное равенство?

$$\square 8 - 1\square - 2 = 2\square$$

Задача 11. Поставьте числа 1, 2 и 3 в квадратики так, чтобы было правильно

$$\square > \blacksquare + \blacksquare - 2$$

Чему равна сумма чисел, которые стоят в закрашенных квадратах $\blacksquare$?

Задача 12. Мария нарисовала три отрезка. Длина первого 11 см, второй на 4 см короче первого, а третий отрезок длиннее второго на 5 см. Сколько сантиметров составляет длина третьего отрезка?

Задача 13. Трое ребят Алекс, Борис и Клер записали все числа от 1 до 20 по очереди: Алекс записал 1, Борис записал 2, Клер записала 3, Алекс записал 4, Борис – 5, Клер – 6 и так далее. Сколько двузначных чисел записала Клер?

Задача 14. Алиса хочет разрезать большую веревку длиной 80 см на куски длиной 10 см и 20 см. Какое наибольшее число кусков она может получить? (Должны быть куски обоих типов: и 10 см и 20 см.)

Задача 15. На шести гранях кубика нарисованы 1, 2, 3, 4, 5 и 6 точек. На сколько количество точек, которые видны на рисунке, больше количества точек, которых не видно?



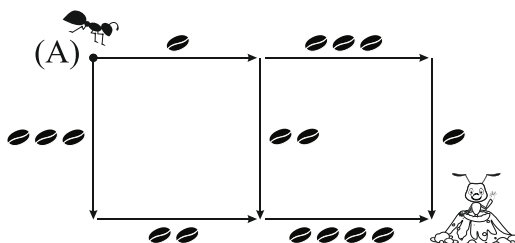
Задача 16. На трех карточках записаны числа:



$$7 + 6 = 13$$

7 + 6 = 13

(A)



1 класс: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

*Ответы к каждой задаче скрыты под символами @ , #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.*

Задача 1. Написаны одно за другим все числа от 1 до 31 включительно. Цифра 2 написана @ раз. Найдите @.

Задача 2. Сумма двух однозначных чисел равна @. Какое наименьшее значение может иметь большее из двух слагаемых? Найдите #.

Задача 3. На доске записали числа 1, 2, ..., 19, 20. Игорь стер числа, которые не меньше # и вместо каждого стертого числа записал число 1. Потом нашел их сумму. Она оказалась равна &. Найдите &.

Задача 4. Вербка длиной & см разрезана на § кусков, которые имеют длину 11 см или 13 см. Найдите §.

Задача 5. Вместо того, чтобы сложить некоторое число с § и получить результат *, Алекс отнял от этого числа § и получил 17. Найдите *.

ОТВЕТЫ – 1. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	13	7	35	3	23

ОТВЕТЫ – 1. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	4	5	2	4
2	9	2	6	9
3	9	7	0	9
4	9	15	5	15
5	5	0	2	11
6	8	5	19	1
7	8	15	2	4
8	5	10	2	7
9	1	+ 2	10	4
10	9	8	3	3
11	13	8	8 и 10	3
12	6	3	2	12
13	1	2	2	3
14	9	16	1, 2	7
15	6	>	4	1
16	9	□	23	5
17	10	4	15	5, 7, 9
18	5	4	3	18
19	10	4	8	10
20	3	3	5	19



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

2. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. В задачах с численным ответом нужно использовать *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого. Самостоятельная и честная работа над заданием – главное требование организаторов к участникам турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 2. КЛАСС

Задача 1. Какую цифру нужно подставить вместо □, так чтобы было верно равенство?

$$50 = \square \text{ десятка} + 20 \text{ единиц}$$

Задача 2. Какое число нужно подставить вместо □, так чтобы было верно равенство?

$$31 + 29 = 95 - \square$$

Задача 3. На сколько сумма $31 + 13$ больше разности $31 - 13$?

Задача 4. Какое число нужно подставить вместо „?“ так, чтобы было верно равенство?

$$100 - 40 = ? + 20.$$

Задача 5. Какую цифру нужно подставить вместо □, так чтобы было верно равенство?

$$7 \text{ десятков} + 8 \text{ десятков} + 50 \text{ единиц} = \square \text{ сотни?}$$

Задача 6. Какое число пропущено в ряду?

$$0, 5, 5, 10, 15, 25, \dots, 65$$

Задача 7. Сколько существует двузначных чисел, которые меньше 33?

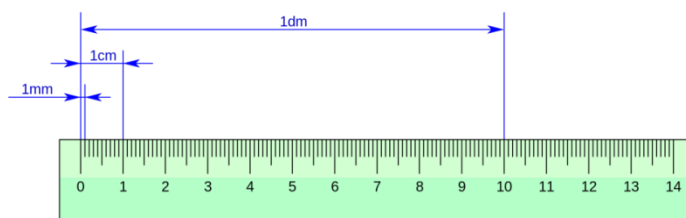
Задача 8. На сколько сумма $20 + 40 + 80$ больше суммы $30 + 40 + 50$?

Задача 9. Какие натуральные числа меньше 15 и больше 12?

Задача 10. У Петра было 20 цветков, из которых 9 красные, а остальные – желтые. Он подарил маме 7 желтых цветков, а потом своей подруге Марии 3 желтых. Сколько желтых цветков осталось у Петра?

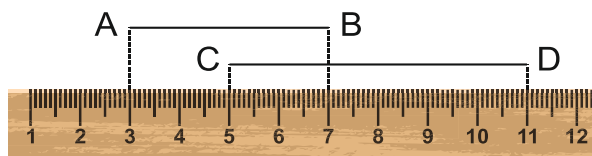
Задача 11. Гарри посадил 24 деревьев в ряд на расстоянии 1 метр одно от другого. Какова длина этого ряда в метрах?

Задача 12. Треугольник имеет стороны 7 см, 7 см и 6 см. Квадрат имеет сторону 1 дм. На сколько сантиметров периметр квадрата больше периметра треугольника?

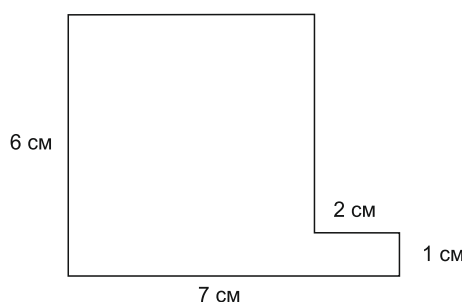


Задача 13. У нас есть две палочки - длиной 15 см и длиной 5 см. С их помощью измерили длину одной доски. Палочку длины 15 см использовали три раза, а палочку длины 5 см – 1 раз. Какова длина доски в сантиметрах?

Задача 14. Чему равна сумма длин отрезков AB и CD в сантиметрах?



Задача 15. От прямоугольника отрезали прямоугольник. Получилась другая фигура. Сколько на этой фигуре отрезков, которые имеют равные длины?



Задача 16. Вычислите

$$(7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17) - (17 + 15 + 13 + 9 + 7).$$

Задача 17. Первый день декабря 2021 г. - среда. Каким будет 16 число этого месяца?

Задача 18. В замке было зажжено 33 фонаря. 11 из них потушили. Сколько фонарей осталось?

Задача 19. На сколько наименьшее трехзначное число, записанное тремя разными цифрами, у которого цифра десятков 1, больше наименьшего трехзначного числа, записанного тремя разными цифрами?

Задача 20. Вычислите

$$\text{🍋} - \text{🍓} - \text{🍏} + \text{🍊}$$

если

$$\begin{array}{rcl} \text{🍓} + \text{🍋} & = & 16 \\ + & + & \\ \text{🍊} - \text{🍏} & = & 3 \\ = & = & \\ 12 & 11 & \end{array}$$

ЗИМА – 2. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $90 - 80 + 80 - 70 + 70 - 60$.

Задача 2. Вычислите $2 + 8 + 12 + 18 - 20 - 20$.

Задача 3. Вычислите $(15 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1) + (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$.

Задача 4. Уменьшаемое равно разности. Чему равно вычитаемое?

Задача 5. Вычислите $40 - 1 + 20 - 2 + 30 - 3 + 20 - 4$. Сколько десятков в полученной сумме?

Задача 6. На сколько сумма $19 + 20 + 21 + 22 + 8$, меньше суммы $20 + 21 + 22 + 23 + 6$?

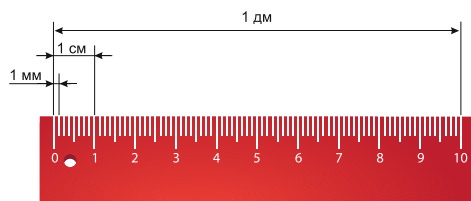
Задача 7. Сколько всего двузначных чисел можно записать в $\square$ так, чтобы было верно неравенство $\square + 10 < 30$?

Задача 8. В разности $40 - 10$, уменьшаемое уменьшили на 10, а вычитаемое увеличили на 10. Чему равна новая разность?

Задача 9. Какие цифры можно подставить вместо $*$, так чтобы число 22 не было меньше двузначного числа $*2$?

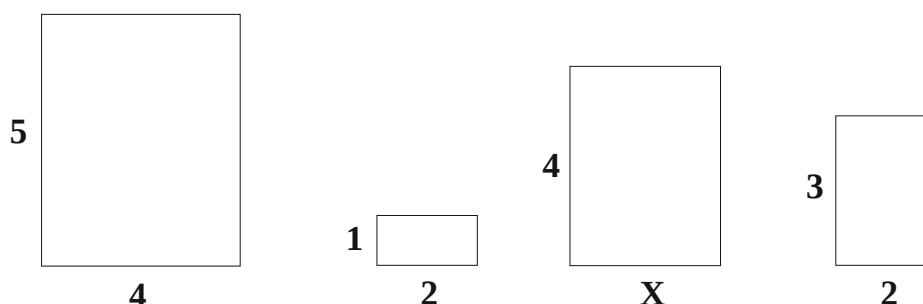
Задача 10. Какое число обозначено буквой x , если числа 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28,..., x записаны всего 18 цифрами?

Задача 11. Длина ленты 1 дм. На сколько *миллиметров* эта лента длиннее ленты 9 см?

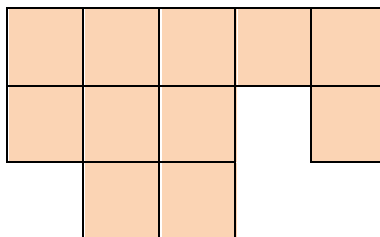


Задача 12. Одна из сторон прямоугольника равна 15 мм, а другая - на 20 мм длиннее. Чему равен периметр прямоугольника в дециметрах?

Задача 13. Прямоугольник со сторонами 4 см, 4 см, 5 см, 5 см разрезали на три прямоугольника: первый со сторонами 1 см, 1 см, 2 см и 2 см; второй – со сторонами 2 см, 2 см, 3 см, 3 см; третий – со сторонами X см, X см, 4 см, 4 см. Чему равно X ?



Задача 14. Фигура состоит из 11 квадратных плиток. Сколько всего квадратов на фигуре?



Задача 15. На прямой отмечены 3 точки. Асен измерил расстояния между каждыми двумя из этих точек и записал два из них: 1 см и 5 см. Каким может быть третье расстояние? Запишите все возможные ответы в сантиметрах.

Задача 16. Сколько точек нужно отметить на прямой, чтобы получилось ровно 6 отрезков?

Задача 17. С помощью трех разных гирь весом 1 кг, 2 кг и x кг можно взвесить на двухчашечных весах любой из десяти пакетов весом от 1 кг до 10 кг. Чему равно число x ?



Задача 18. Иво и Ели записали по одиннадцать чисел.

Иво записал 2, 5, 8, ..., 29, 32. Ели записала 11, 14, 17, ..., 38, 41.

Сколько из чисел, которые записал Иво, записаны и у Ели?

Задача 19. Несколько детей несут всего 20 воздушных шариков, причем у 5 детей по три шарика, а у каждого из остальных – по одному. Сколько всего детей?

Задача 20. Чему равна наибольшая разность двух двузначных чисел, записанных 4 различными цифрами?

ВЕСНА – 2. КЛАСС

Задача 1.

$$10 \text{ десятков} - 10 \text{ единиц} = \square$$

$$\square = ?$$

Задача 2.

$$96 - (31 - 15) = \square - (43 - 27)$$

$$\square = ?$$

Задача 3.

$$38 \text{ минут} + 47 \text{ минут} - \square \text{ минут} = 1 \text{ час}$$

$$\square = ?$$

Задача 4. Вычислите

$$(4 + 5 + 6 + 21 + 32 + 43) - (14 + 25 + 36 + 1 + 2 + 3)$$

Задача 5. Найдите ■, если

$$9 + 9 + 9 + 9 + 4 = 4 \cdot (4 + \blacksquare).$$

Задача 6. В разности $60 - 10$, уменьшаемое уменьшили на 19, а вычитаемое увеличили на 11. Чему равна новая разность?

Задача 7. Сколько чисел пропущено?

$$7, 14, 21, \dots, 84, 91, 98$$

Задача 8. Одно число больше другого на 11. Сумма этих двух чисел равна 29.

Чему равно наибольшее число?

Задача 9. Сколько знаков «+» нужно заменить на знак умножения «·», чтобы получить верное равенство?

$$2 + 3 + 5 + 6 = 6 + 6$$

Задача 10. Вычислите

$$1 - 10 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 5 + 8 \cdot 5.$$

Пример:

$$1 - 8 + 9 = 1 + 9 - 8 = 10 - 8 = 2$$

$$1 - 5 + 2 + 3 = 1 + 2 + 3 - 5 = 6 - 5 = 1$$

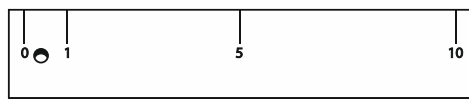
Задача 11. Записали 21 число. Несколько из чисел стерли и записали их сумму. Тогда чисел стало 16. Сколько чисел стерли?

Задача 12. Сколько из чисел от 0, 1, 2, ..., 89, 90, 91 можно представить как произведение двух последовательных чисел? *Пример:* $20 = 4 \cdot 5$; $56 = 7 \cdot 8$.

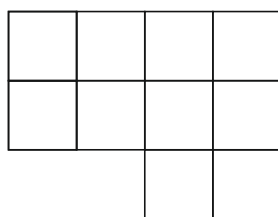
Задача 13. Робот разрезал трубу на 2 части за 6 секунд. За сколько секунд робот разрежет такую же трубу на 8 частей?

Задача 14. Квадрат с периметром 20 см разрезан на два прямоугольника. Чему равна сумма периметров этих двух прямоугольников?

Задача 15. Сколько различных длин можно измерить этой линейкой, если разрешается прикладывать ее только один раз?



Задача 16. Сколько квадратов на нарисованной фигуре?



Задача 17. Три различные точки A , B , и C лежат на одной прямой. Отрезков с концами в двух из точек A , B и C всего 3 (AB , BC и AC). Если $AB + BC + AC = 32$ см, чему равна длина наибольшего из этих трех отрезков в сантиметрах?



Задача 18. Сколькими способами можно представить число 32 как произведение различных множителей, не учитывая их порядок?

Задача 19. Из 54 роз составлено 10 букетов. В нескольких букетах по 5 роз, а в остальных – по 7. Сколько букетов из 5 роз?

Задача 20. Есть 5 карточек с написанными на них числами 0, 3, 6, 7, 9. Сколько всего различных чисел, которые больше 680 и меньше 720, можно составить с помощью этих карточек?



ФИНАЛ – 2. КЛАСС

Задача 1. Найдите

$$(1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) : (1 + 1 + 1 + 1) - 1.$$

Задача 2. Сколько из чисел 1, 3, 5 и 7 можно записать в $\square$ так, чтобы было верно неравенство?

$$\square + 19 > 5 + 18$$

Задача 3. Найдите $\square$, если $6 + 6 + 6 + 9 = \square \cdot 9$.

Задача 4. Замените $\square$ на одно и то же число, так чтобы $\square + 5 + 2 \cdot 5 = \square \cdot 4$.

Какое это число?

Задача 5. Какую цифру нужно зачеркнуть в выражении $10 \cdot 25 + 10 \cdot 2 = 40$, чтобы получилось верное равенство?

Задача 6. Поставьте скобки так, чтобы было верно равенство.

$$3 \cdot 4 - 2 + 4 = 2 \cdot 9$$

Полученное выражение запишите в лист ответов.

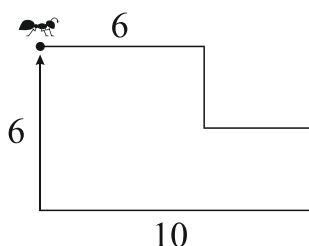
Задача 7. Розовое мороженое стоит 2 евро, а белое – 3 евро. Сколько евро нужно заплатить, чтобы купить моим друзьям 7 розовых и 5 белых мороженых?

Задача 8. Сколько минут нужно отнять от 150 секунд, чтобы получить 30 секунд?

Задача 9. Через 9 лет, Клер будет в четыре раза старше, чем сейчас. Сколько лет будет Клер через 6 лет?

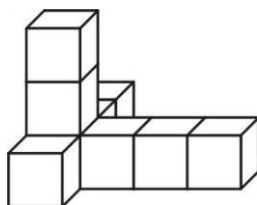
Задача 10. Сколько всего четных двузначных чисел делятся на 7?

Задача 11. Муравей прополз по сторонам фигуры, показанной ниже. Свой путь он завершил там, откуда начал. Расстояние, которое прополз муравей, равно периметру квадрата со стороной x см. Найдите x .

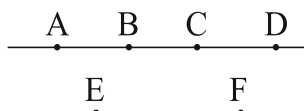


Задача 12. Из квадрата A и прямоугольника B можно сложить прямоугольник C с периметром 40 см. Если периметр квадрата A равен 28 см, то сколько сантиметров содержит меньшая сторона прямоугольника B ?

Задача 13. Фигура составлена из 9 одинаковых по весу кубиков и весит 24 грамм. Сколько весит фигура, составленная из 6 кубиков?



Задача 14. Точки A, B, C и D лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в некоторых трех из шести точек A, B, C, D, E и F ?



Задача 15. Вырезали 12 фигур - треугольники и квадраты. Число треугольников в три раза больше числа квадратов. Сколько всего вершин у всех вырезанных фигур?

Задача 16. Клер написала по порядку все однозначные нечетные числа. После этого между каждыми двумя соседними числами написала их произведение. Чему равна сумма всех чисел?

Задача 17. В понедельник в озере было 2 водяных лилии. В каждый следующий день недели число лилий становилось в два раза больше, чем в предыдущий день. Сколько лилий было в озере в конце недели?

Задача 18. Про три числа известно, что их сумма равна 20, второе в два раза меньше первого, а первое число в два раза больше третьего числа. Чему равно первое число?

Задача 19. Петр записал в тетрадку числа 1, 2, 3, 4 и 5 так:

- число 1 записал рядом с числом 2 справа;
- 5 рядом с 3 справа;
- 4 рядом с 1 справа;
- 3 рядом с 4 справа.

После этого между записанными числами слева направо поставил знаки „:“, „+“, „-“ и „+“.

Вычислил правильно. Сколько у него получилось?

Задача 20. Сумма 7 последовательных чисел – это число, которое делится на 2. Сколько нечетных чисел среди этих чисел?

2 класс: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

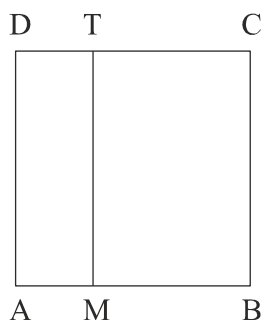
Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.

Задача 1. С помощью 4 различных цифр записаны два нечетных двузначных числа с разностью 2. Наибольшая возможная сумма этих двух чисел равна @. Найдите @.

Задача 2. За @ секунд муравей проползает одну треть пути. Весь путь он проползет за # минут. Найдите #.

Задача 3. Произведение пяти чисел равно #, а их сумма - нечетное число &. Найдите &.

Задача 4. Сторона квадрата $ABCD$ равна & см. Прямоугольник $AMTD$ имеет сторону AM , которая в три раза меньше стороны AD . Периметр квадрата $ABCD$ на § см больше периметра прямоугольника $MBCT$. Найдите §.



Задача 5. Из чисел от 1 до § выбрали 4 числа, так что произведение двух из выбранных чисел равно произведению двух других из выбранных чисел. Сумма невыбранных чисел равна *. Найдите все возможные значения *.

ОТВЕТЫ - 2 класс

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	160	8	9	6	6; 9

ОТВЕТЫ - 2 КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	3	30	90	1
2	35	0	96	2
3	26	15	25	3
4	40	0	30	5
5	2	10	6	5
6	40	2	20	$3 \times (4 - 2 + 4)$
7	23	10	8	29
8	20	10	20	2
9	13, 14	1; 2	3	9
10	1	40	1	7
11	23	10	6	8
12	20	1	10	6
13	50	3	42	16
14	10	14	30	16
15	2	4; 6	5	39
16	11	4	14	141
17	Четверг	7	16	128
18	33	8	5	10
19	108	10	8	10
20	5	88	6	4



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

3. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. В задачах с численным ответом нужно использовать *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого. Самостоятельная и честная работа над заданием – главное требование организаторов к участникам турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 3. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $36 - 18 : 3 + (36 - 18) : 3$.

Задача 2. Вычислите $3 : 1 + 6 : 2 + 9 : 3 + 12 : 4 + 15 : 5 + 18 : 6 + 21 : 7$.

Задача 3. Какие два различных знака из знаков $+$, $-$, $\cdot$ и $:$ нужно поставить вместо $\square$, чтобы получить верное равенство?

$$12 \square 3 \square 1 = 4$$

Задача 4. Вычислите

$$2 \cdot 10 - 19 + 2 \cdot 9 - 17 + 2 \cdot 8 - 15 + 2 \cdot 7 - 13 + \dots + 2 \cdot 2 - 3 + 2 \cdot 1 - 1$$

Задача 5. Поставьте скобки „(“ и „)” так, чтобы равенство стало верным:

$$12 - 9 + 5 : 4 = 2.$$

Сколько получится в результате выполнения действий в скобках?

Задача 6. Сколько цифр нужно для записи всех четных двузначных чисел меньше 29?

Пояснение: для записи числа 22 используются две цифры.

Задача 7. Какую цифру нужно подставить вместо $\square$, так чтобы было верно?

$$2 \cdot \square + 3 \cdot \square > 40$$

Задача 8. Чему равна сумма цифр наибольшего числа из четвертой сотни?

Задача 9. Какой символ „<“, „>“ или „=“ нужно подставить вместо $\bullet$, чтобы было верно: 10 сотен - 12 единиц $\bullet$ 9 сотен + 8 десятков + 18 единиц.

Задача 10. Выберите два из чисел 1, 2, 3 и 6 и перемножьте их. Сколько различных результатов можно получить?

Задача 11. Записали два числа: 2 и 4. После этого записали еще три числа: a, b, c .

Если $2 \cdot 4 \cdot a = 4 \cdot a \cdot b = a \cdot b \cdot c$ и $a + b + c < 8$, найдите a .

Задача 12. Периметр квадрата равен 6 см. Чему равна сторона квадрата в миллиметрах?

Задача 13. Рост Ивана - 174 см, Тодор на 15 см ниже Ивана, а Иван на 6 см выше Добри. На сколько сантиметров Добри выше Тодора?

Задача 14. Прямоугольный лист бумаги имеет толщину 1 мм. Я начал перегибать его в два раза, до тех пор, пока толщина полученного слоя стала 16 мм. Сколько раз я перегнул лист?

Задача 15. Какое число нужно подставить вместо x , так чтобы выполнялось

$$((x + 2) : 2) : 3 = 3 ?$$

Задача 16. Найдите разность цифр $\square$ и Δ , если $\square\Delta - \Delta\square = 18$.

$$\square - \Delta = ?$$

Задача 17. Сколько всего ног у трех воробьев и четырех кроликов?

Задача 18. Найдите сумму первых 8 чисел ряда:

0, 1, 10, 11, 100, 101, ..., ..., 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111

Задача 19. Четных чисел от 1 до 9 столько же, сколько нечетных чисел от 10 до четного числа X . Чему равно число X ?

Задача 20. Произведение 3 различных натуральных чисел равно 12. Какое наименьшее значение может иметь самое большое из этих чисел?

ЗИМА – 3. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $99 - 99 : 3 + (99 - 96) : 3$.

Задача 2. Вычислите $100 : (10 - 9 + 9 - 8 + 8 - 7 + 7 - 6 + 6 - 5)$.

Задача 3. Найдите цифру единиц числа, равного $2 \cdot 3 \cdot 9 - 9$.

Задача 4. Если $(36 : 9) : \circ = 36 : (9 : \circ)$, какое число нужно подставить вместо $\circ$?

Задача 5. Сколько нужно цифр 1, чтобы записать числа от 99 до 134?

$$\underbrace{99, 100, \dots, 133, 134}_{36 \text{ числа}}$$

Задача 6. Найдите наименьшее двузначное число, на которое делится число, равное

$$1 \cdot 13 + 4 \cdot 13 + 7 \cdot 13$$

Задача 7. Сколько чисел от 1 до 111 делятся и на 2, и на 5?

Задача 8. Произведение двух двузначных чисел $\overline{ab}$ и $\overline{cd}$ равно $7 \cdot 39$.

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 7 \cdot 39$$

Найдите $\overline{ab} + \overline{cd}$.

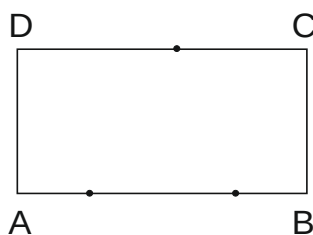
Задача 9. Сумма трех различных нечетных чисел равна 21. Каково наибольшее возможное значение наименьшего из этих чисел?

Задача 10. Произведение 10 натуральных чисел равно 10. Каковы возможные суммы этих чисел?

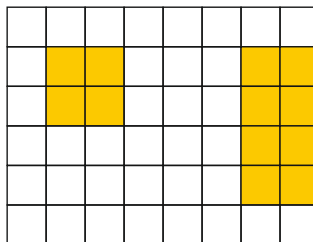
Задача 11. Одна из девяти монет с общим весом 147 граммов на 3 грамма тяжелее каждой из остальных монет. Сколько граммов весит самая тяжелая монета?

Задача 12. Из 3 квадратов, с периметром 12 см у каждого, сложили прямоугольник. Найдите его периметр в сантиметрах.

Задача 13. На стороне AB прямоугольника $ABCD$ отметили точки X и Y , а на стороне CD — точку Z . На сколько частей разделен прямоугольник отрезками DZ , CY и AX ? Найдите все возможные ответы!



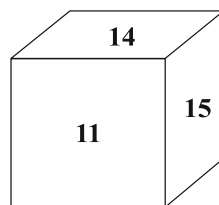
Задача 14. На тетрадном листе в клеточку начертили два закрашенных прямоугольника, один из которых — квадрат. Периметр квадрата равен 48 см. Найдите периметр второго закрашенного прямоугольника.



Задача 15. В коробке лежат 18 цветных шариковых ручек: 3 черных, 4 синих, 5 красных и 6 зеленых. Алекс берет несколько ручек из коробки, не глядя на их цвета. Какое наименьшее количество ручек нужно взять, чтобы среди них обязательно было не меньше 4 одного и того же цвета?

Задача 16. Пусть A и B - две различные цифры и $A > B$. Произведение двузначного числа AB и однозначного числа B меньше 20. Какова наибольшая возможная сумма $A + B$?

Задача 17. Шесть последовательных натуральных чисел написаны на 6-ти гранях куба. На рисунке показано, что 15, 11 и 14 написаны на трех гранях этого куба. Найдите возможные суммы этих 6-ти чисел.



Задача 18. Дана веревка длины 123 см. Когда от нее отрезали несколько кусков длиной по 11 см каждый, остался кусок 2 см. На сколько частей разделилась веревка?

Задача 19. Джон должен был умножить данное число на 7 и к полученному произведению прибавить 3. Но Джон перепутал и сначала прибавил к данному числу 7, а потом умножил полученную сумму на 3. Получилось 123. Найдите правильный ответ, который должен был получить Джон.

Задача 20. Вычислите

$$(12 \cdot 2 - 12 : 2 + 14 \cdot 2 - 14 : 2 + 16 \cdot 2 - 16 : 2) : 9 - 7.$$

ВЕСНА – 3. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$6 \cdot 124 - 124 \cdot 3 + 28$$

Задача 2. Какое число нужно подставить вместо $\square$?

$$\square \cdot 10 - 10 - \square = 80$$

Задача 3. Вычислите в минутах

$$1 \text{ час} - 50 \text{ минут} - 120 \text{ секунд}$$

Задача 4. Вычислите

$$2 + 3 + 26 + 37 + 58 + 79 + 21 + 32 + 63 + 74 + 97 + 98$$

Задача 5. Если в каждом из двузначных чисел 28, 39 и 76 зачеркнуть по одной цифре, и умножить полученные числа, получится число A . Чему равно наименьшее возможное значение числа A ?

Задача 6. Чему равно число, из которого нужно вычесть произведение 12 на 5, чтобы получить произведение чисел 15 и 4?

Задача 7. Чему равно число x , если $31 \cdot x$ - число между 63 и 100?

Задача 8. Какая цифра единиц у числа A , если

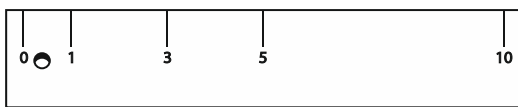
$$A = 119 \cdot 9 + 225 \cdot 5 + 326 \cdot 6 ?$$

Задача 9. Натуральное число B в 7 раз меньше двузначного числа A и на 11 больше натурального четного числа C . Чему равно число A ?

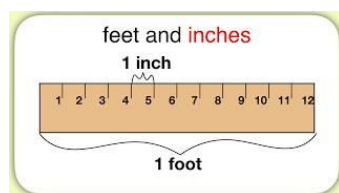
Задача 10. На сколько произведение пяти различных нечетных однозначных чисел больше произведения пяти различных четных однозначных чисел?

Задача 11. Периметр равностороннего треугольника - 1 метр 2 дециметра и 3 сантиметра, а периметр квадрата - 1 метр и 8 сантиметров. На сколько сантиметров сторона квадрата меньше стороны треугольника?

Задача 12. Сколько различных длин можно измерить этой линейкой, если разрешается прикладывать ее только один раз?



Задача 13. Веревка длиной 9 футов разрезана на 6 равных частей. Найдите длину каждой части в дюймах. (Один фут равен 12 дюймам)



Задача 14. Даны два числа, которые выражают суммы ровно трех сторон прямоугольника, не являющегося квадратом. Если они равны 17 см или 19 см, то сколько сантиметров составляет периметр этого прямоугольника?

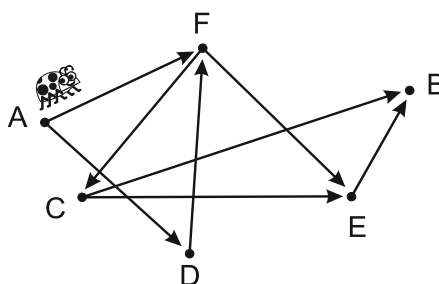
Задача 15. Чему равна сумма натуральных чисел a , b и c , если наименьшее из них равно 4 и $4 \cdot a = 6 \cdot b = 15 \cdot c$?

Задача 16. Делимое на 48 больше делителя, частное равно 7, а остаток 0. Чему равно делимое?

Задача 17. Двухзначные числа x и $x + 1$ записаны четырьмя различными цифрами и произведение их – трехзначное число. Чему равно число x ? Найдите все ответы.

Задача 18. Иван записал на карточках все двухзначные числа с различными четными цифрами. Какое наименьшее число карточек должен взять Петр, не глядя, чтобы среди них обязательно попала карточка с числом, которое делится на 5?

Задача 19. Божья коровка перемещается из точки A в точку B в направлении стрелок. Сколькими способами она может добраться до пункта B ?



Задача 20. К числу 9 в некотором произвольном порядке применили последовательно три различных действия:

- умножение на 3;
- деление на 3;
- сложение с 3.

Сколько различных результатов могло получиться?

ФИНАЛ – 3. КЛАСС

Задача 1. Найдите $\square$, если

$$999 - 99 \cdot 9 = \square \cdot 9$$

Задача 2. Замените $\square$ на одно и то же число, так чтобы

$$\square + \square + \square + \square = \square \cdot \square$$

Какое это число? Укажите все возможности.

Задача 3. Вычислите

$$100 : (21 - 17 + 17 - 13 + 13 - 9 + 9 - 5 + 5 - 1)$$

Задача 4. Вычислите

$$5 \cdot 25 - 3 \cdot 4 - 4 \cdot 5 - 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$$

Задача 5. Найдите цифру единиц A , если

$$A = 2 \cdot 5 + 4 \cdot 15 + 6 \cdot 25 + 8 \cdot 35$$

Задача 6. Во сколько раз число, равное $100 - 25:5$ меньше числа, равного $1000 - 250:5$?

Задача 7. Сколько из знаков „+“ нужно заменить знаками умножения „ $\cdot$ “ так чтобы получить верное равенство?

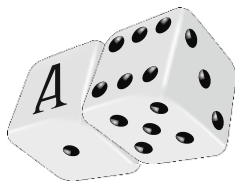
$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 60$$

Задача 8. Все звездочки в записи $26 \cdot * = **$ заменили разными цифрами так, что равенство стало верным. Вычислите возможные суммы всех трех записанных в равенстве чисел.

Задача 9. Робот изготавливает изделие за 7 секунд. Сколько таких изделий может изготовить робот за 107 секунд?

Задача 10. Сколько существует чисел от 1 до 199, у которых произведение цифр – наименьшее возможное число?

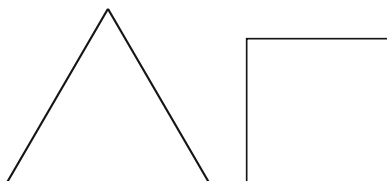
Задача 11. Общее количество точек на противоположных гранях игрального кубика равно 7. Два одинаковых игральных кубика сложили вместе друг к другу по одинаковым граням. Сколько точек было на грани, отмеченной буквой А?



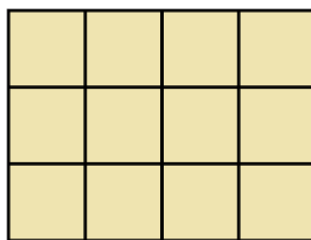
Задача 12. На отрезке AB длиной 52 см отмечена точка C , такая что $AC = 16$ см. Какое еще наименьшее количество точек нужно отметить на отрезке AB , так, чтобы расстояние между любыми двумя соседними точками, включая и концы отрезка, были равны?

Задача 13. Квадрат со стороной 8 см разделен на 64 маленьких квадрата со стороной 1 см. Два ряда и два столбика покрасили синим. Остальную часть - красным. На сколько количество красных квадратов больше, чем количество синих квадратов?

Задача 14. Периметр равностороннего треугольника на 3 см меньше периметра квадрата со стороной 75 мм. Чему равна длина стороны треугольника в сантиметрах?



Задача 15. Из 12 одинаковых квадратов с длиной стороны 1 см составлен прямоугольник со стороной 4 см. Сколько в нем прямоугольников, которые не являются квадратами?



Задача 16. В сумме $12 + 34 + 56 + 78$ одну или несколько из цифр заменили цифрой 9 так, что новая сумма стала равна 210. Какова сумма замененных цифр?

Задача 17. Если $A = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ и $B = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$ найдите $B : A$.

Задача 18. Вычислите $\square - \odot + \bigcirc$, если

$$3 \xrightarrow{\cdot 8} \square \xrightarrow{:6} \odot \xrightarrow{\cdot \bigcirc} 56.$$

Задача 19. Отметили 4 зеленых и 3 желтых точки. Каждые две отмеченные точки соединили отрезками. Сколько из этих отрезков имеют концы одинакового цвета?

Задача 20. Произведение натуральных чисел от 1 до N равно произведению

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_8 \cdot \underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_4 \cdot \underbrace{5 \cdot 5}_2 \cdot 7$$

Найдите N .

3 класс: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

*Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.*

Задача 1. Сумма точек на противоположных гранях стандартного кубика равна 7. Если мы склеим 3 кубика в виде столбика, то наибольшая возможная сумма точек, которые видны на внешних гранях, равна @. Найдите @.

Задача 2. Количество двузначных чисел, на которые делится число @ с остатком 0, равно #. Найдите #.

Задача 3. Квадрат с периметром 108 см составлен из одинаковых квадратов со стороной # см. Если стереть # ряда и # столбика, останется & квадратов със страна # см. Да се намери &.

Задача 4. Имеются и трехлистные и четырехлистные стебельки клевера с общим числом & листочков. Всего стебельков - четное число §. Найдите §.

Задача 5. Число § представлено как сумма нескольких чисел. Наибольшее возможное произведение этих чисел равно 36. Число слагаемых равно *. Определите *.

ОТВЕТЫ - 3 КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	54	3	36	10	3; 4

ОТВЕТЫ - 3 КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	36	67	400	12
2	21	20	10	0; 4
3	÷ ; ×	5	8	5
4	10	1	590	125
5	8	49	36	0
6	20	12	120	10
7	9	11	3	4
8	21	34	2	53; 107
9	<	5	91	15
10	5	19, 15	945	28
11	0 ; 1	19	14	2
12	15	24	8	11
13	9	5, 6	18	8
14	4	72	24	9
15	16	13	29	40
16	2	9	56	15
17	22	75, 81	19; 29	64
18	444	12	13	34
19	18	241	6	9
20	4	0	3	10



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

4 КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
7. В задачах с численным ответом нужно использовать *натуральные числа и 0*. (0, 1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 99, 100, 101, ...)
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого. Самостоятельная и честная работа над заданием – главное требование организаторов к участникам турнира.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 4. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $333 - (33 - 13) - 222 + 33 - 13$

Задача 2. Вычислите $923 - (5 \cdot 6 - 6)$

Задача 3. Какое число нужно подставить вместо ☺, чтобы было верно равенство?

$$\text{☺} \cdot 25 = 1000 : 8.$$

Задача 4. Поставьте скобки так, чтобы было верно: $261 : 2 + 21 + 6 = 9$.

Какой делитель получится?

Задача 5. В произведении $2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14$ зачеркните одну цифру так, чтобы получить наименьшее возможное произведение. Какую цифру нужно зачеркнуть?

Задача 6. Вычислите $(6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$.

Задача 7. Сколько нулей в записи числа тридцать два миллиона пятьсот две тысячи?

Задача 8. Какова цифра десятков у числа, равного $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$?

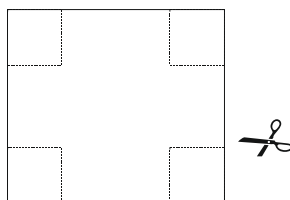
Задача 9. Сколько чисел пропущено в выражении?

$$11 + 13 + \dots + 41 + 43$$

Задача 10. Сколькими цифрами записывается число, которое при делении на 6 дает частное 16 и неизвестный остаток?

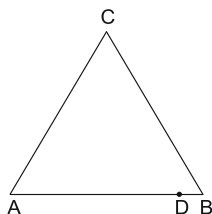
Задача 11. Из куска веревки сложили квадрат со стороной 12 см. Потом из этого же куска сложили треугольник с равными сторонами. Какова длина стороны треугольника в сантиметрах?

Задача 12. Дан прямоугольник длиной 8 см и шириной 7 см. Из его четырех углов вырезаны квадратики, каждый из которых имеет периметр 8 см. Сколько квадратных сантиметров составляет площадь полученной фигуры?

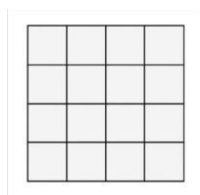


Задача 13. На прямой отметили точки A, B, C, D так, чтобы расстояния между ними были равными: $AB = 3, BC = 4, AD = 2, CD = x < 5$. Вычислите x .

Задача 14. Треугольник $\triangle ABC$ - равносторонний с периметром 24 см. Точка D на стороне AB такая, что длина отрезка AD в семь раз больше длины отрезка BD . Какова длина отрезка BD в сантиметрах?



Задача 15. Квадрат со стороной 4 см разделен на 16 квадратиков, со стороной 1 см каждый.



После разрезания по сторонам некоторых из маленьких квадратиков Иво получил прямоугольник из 8 квадратиков. Чему равен периметр этого прямоугольника?

Задача 16. На доске написано число 23. Каждые 12 минут число стирают, а на его месте пишется число, равное произведению его цифр, увеличенное на 23. Например, через 12 минут на доске написано $2 \cdot 3 + 23 = 29$. А что окажется на доске через час?

Задача 17. Сколько существует натуральных чисел x , таких что произведение $19 \cdot x$ – трехзначное четное число, меньше 400?

Задача 18. Оба числа 15 и 21 при делении на натуральное число n имеют остаток 3. Чему равно n ?

Задача 19. Какой остаток получается при делении 222219 на 9?

Задача 20. Найдите наибольшее число, делящееся на 40, в записи которого нет одинаковых цифр.

ЗИМА – 4. КЛАСС

Задача 1. Найдите $20\,222\,021 - 20\,210\,000 - 2\,022$

Задача 2. Найдите $111 : 3 + 222 : 6 + 333 : 9 + 444 : 12$

Задача 3. Найдите $2020 + 2021 + 2022 + 2023 - (1999 + 2000 + 2001 + 2002)$

Задача 4. На листе записана разность двух трехзначных чисел, но две цифры заменили на $\square$ и $\blacksquare$. Найдите двухзначное число $\blacksquare\square$.

$$641 - 27\square = 3\blacksquare4$$

Задача 5. Чему равно наибольшее 4-значное число, которое записано различными цифрами и меньше, чем 2901?

Задача 6. Какую цифру нужно подставить вместо $\bullet$, если $3\bullet7 \times 6 = 2022$?

Задача 7. Найдите число x .

$$(2022 - 2021) - (2022 - x) = 1.$$

Задача 8. Сколько существует двухзначных чисел, которые делятся на 3, но не делятся на 6?

Задача 9. Сколько цифр можно подставить вместо $*$, так чтобы было верно

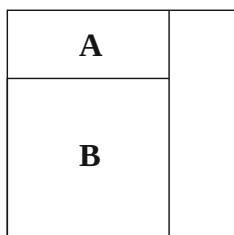
$$6*37 < 6373?$$

Задача 10. Какую римскую цифру из выражения $XL + XIII - L$ нужно убрать, чтобы получить результат II?

Задача 11. Сколько на чертеже прямоугольников, в которых находится хотя бы один муравей?



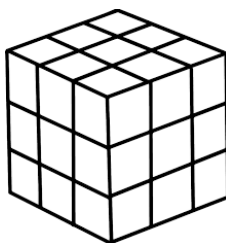
Задача 12. От большого квадрата с периметром 20 см отрезали маленький квадрат В с периметром 12 см и прямоугольник А. Сколько сантиметров составляет периметр прямоугольника А?



Задача 13. Сторона квадрата с периметром 2 м на 10 см больше стороны равностороннего треугольника. Сколько дециметров составляет периметр треугольника?

Задача 14. На одном отрезке отметили еще две точки и получили всего 6 отрезков. Какое еще наименьшее число точек нужно поставить на этом отрезке, чтобы получилось 15 отрезков?

Задача 15. Из 27 одинаковых кубиков, покрашенных белым, построен куб. Грани этого куба покрашены красным. Сколько граней маленьких кубиков остались белыми?



Задача 16. Каково наибольшее четырехзначное число с произведением цифр 70?

Задача 17. Сколько существует двузначных чисел $\overline{ab}$, если $a < b$?

Задача 18. Найдите всех трехзначные числа, при делении которых на 11 получаются одинаковые частное и остаток.

Задача 19. Иво распределил все натуральные числа, меньшие 16, в несколько групп, так что сумма чисел в каждой группе равна одному и тому же числу x , которое меньше 27. Найдите все возможные значения x , если в каждой группе есть по крайней мере два числа.

Задача 20. В четырех ящиках вместе 120 кг яблок. В первых двух ящиках яблок всего 54 кг, во втором, в третьем и в четвертом вместе – 96 кг. Сколько килограмм яблок во втором ящике?

ВЕСНА – 4. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $37 \cdot 120 + 74 \cdot 30 - 111 \cdot 60$

Задача 2. Вычислите $(225 \cdot 7):5 + (222 \cdot 14):37 - 56 \cdot 7$

Задача 3. Вычислите $\bigcirc - 240$, если $(150\,000 - 30\,000):\bigcirc = 240$.

Задача 4. Какую цифру нужно подставить вместо *?

$$1 * 3 \times * 4 = 2952?$$

Задача 5. Вычислите $2020 : 101 + 3030 : 303 - 8080 : 404$.

Задача 6. В трех множителях 128, 281 и 821 в выражении $128 \cdot 281 \cdot 821$ зачеркните одну и ту же цифру, так чтобы получилось наибольшее возможное произведение. Какую цифру нужно зачеркнуть?

Задача 7. Найдите цифру единиц числа A :

$$A = 11 \cdot 12 + 11 \cdot 12 \cdot 13 + 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 + 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15$$

Задача 8. Вычислите x , если $((x:2) \cdot 3):4 - 23 = 4$

Задача 9. Какая цифра стоит на месте x ? $\underbrace{99989796 \dots x}_{40 \text{ цифр}}$

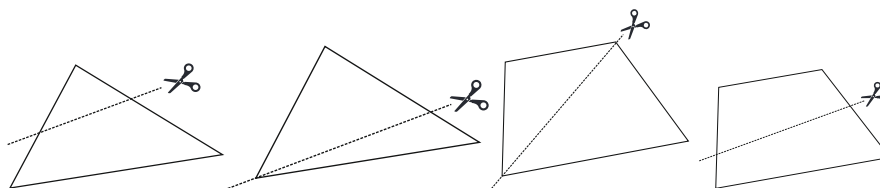
Задача 10. Иван выбрал одну цифру и записал наибольшее двузначное число A и наименьшее двузначное число B , каждое с различными цифрами, в которых выбранная цифра является цифрой единиц. Найдите все возможные значения разности $A - B$?

Задача 11. Пипи нужно пройти путь длиной $2 \text{ км } 100 \text{ м } 6 \text{ см}$. Она разделила длину этого пути на 18 равных частей. Найдите длину одной части в сантиметрах.

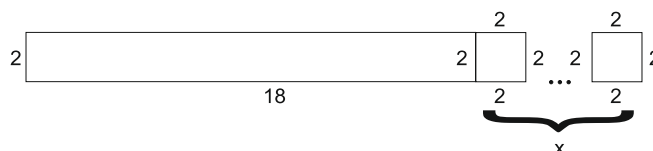
Задача 12. Длины сторон прямоугольника равны $a \text{ см}$ и $b \text{ см}$ ($a \neq b$). Длина a в 10 в 10 раз меньше периметра прямоугольника. Найдите b : a .

Задача 13. Треугольник разрезали по прямой линии на две фигуры. После этого одну из фигур разрезали по прямой линии на две фигуры и т.д. После какого наименьшего количества разрезов число вершин всех полученных фигур будет равно 28?

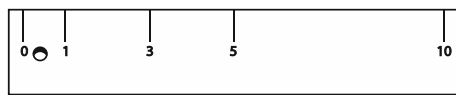
Примеры разрезания по прямой линии:



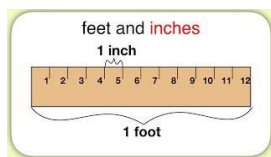
Задача 14. Справа к прямоугольнику A со сторонами 2 см и 18 см приставили x квадратов со стороной 2 см. Получился прямоугольник B со сторонами 2 см и y см и периметром, который в два раза больше периметра прямоугольника A . Найдите $x + y$.



Задача 15. Сколько различных длин можно измерить этой линейкой, если разрешается прикладывать ее только один раз?



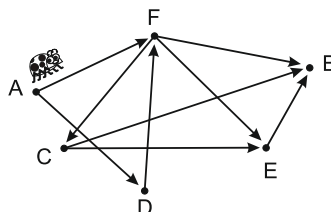
Задача 16. Веревка длиной 91 фут разрезана на 6 равных частей. Найдите длину каждой части в дюймах. (Один фут равен 12 дюймам)



Задача 17. Числа 8, 12, 13, 17, 21 и x можно разделить на три пары чисел с равными суммами. Чему равно число x ?

Задача 18. С помощью 54 точек разделили отрезок AB на равные отрезки, длины 12 мм каждый, так что ни одна из точек не совпала с A или с B . 45 точек разделили отрезок CD на равные отрезки, длины 2 см каждый, так что ни одна из точек не совпала с C или с D . На сколько миллиметров отрезок AB короче отрезка CD ?

Задача 19. Божья коровка перемещается из точки A в точку B в направлении стрелок. Сколькими способами она может добраться до пункта B ?



Задача 20. Иван записал на карточках все трехзначные числа с различными четными цифрами. Какое наименьшее число карточек должен взять Петр, не глядя, чтобы среди них обязательно попала карточка с числом, которое делится на 5?

ФИНАЛ – 4. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $123456 - 12345 - 1100 - 11$

Задача 2. Вычислите $(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) - 10 \cdot 2 \cdot 5$

Задача 3. Чему равен остаток от деления 20 222 022 на 9?

Задача 4. Какова цифра единиц числа A ?

$$A = 41 \cdot 42 \cdot 43 \cdot 51 \cdot 52 \cdot 53 \cdot 2021 - 2021$$

Задача 5. Найдите число x .

$$2 + 4 + 6 + \dots + 28 + 30 = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 29 + x$$

Задача 6. Сколько существует трехзначных чисел $\overline{abc}$, если $a = b \neq c$?

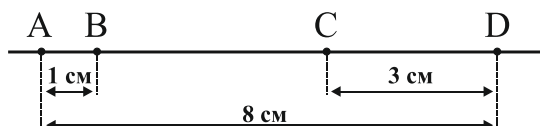
Задача 7. Найдите наибольшее число, такое что при делении на 111 получаются одинаковые частное и остаток.

Задача 8. Произведение всех натуральных чисел, которые меньше натурального числа n , равно произведению нечетного числа и числа 16. Найдите все возможные значения n .

Задача 9. Найдите $\blacksquare + \square - \bullet$ если $653 - 38\square = \bullet\blacksquare4$

Задача 10. Имеется четыре последовательных натуральных числа. Произведение первых трех равно 990. Чему равно произведение последних трех?

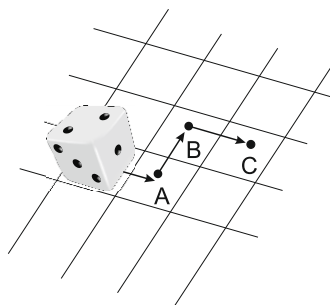
Задача 11. Найдите сумму длин всех отрезков на чертеже.



Задача 12. Периметр прямоугольника A равен 40 см. Если увеличить одну из сторон прямоугольника A на 5 см, получим новый прямоугольник B , площадь которого на 60 кв. см больше площади A . Найдите площадь прямоугольника A в кв. см.

Задача 13. На отрезке длиной 1 м и 98 см отмечены 10 точек, ни одна из которых не совпадает с концами отрезка. Точки делят отрезок на равные части. Сколько сантиметров составляет наибольшее расстояние между двумя отмеченными точками?

Задача 14. Кубик лежит на листе бумаги в клетку, как показано на рисунке. Кубик перекачивают через ребра в направлениях, указанных стрелочками. Чему равна сумма точек на верхних гранях, когда кубик был на клетках А, В и С?



Пояснение: Сумма числа точек на противоположных гранях равна 7.

Задача 15. Квадрат разделен на одинаковые клетки, раскрашенные в шахматном порядке в черный и белый цвета. Число черных клеток равно 40. На сколько клеток разделен квадрат?

Задача 16. Вычислите x , если $((x:12) \cdot 9):36 - 1 = 1$

Задача 17. Какая цифра стоит на месте x ?

$$\underbrace{101999795 \dots x}_{91 \text{ цифра}}$$

Задача 18. Сколько различных чисел можно получить из числа 12345, так чтобы ровно три из его цифр оставались на своих местах?

Задача 19. Натуральные числа от 1 до 199 написаны на доске. Питер подчеркнул все числа, делящиеся на 6, а Кевин - все числа, делящиеся на 9. Сколько чисел подчеркнуто 2 раза?

Задача 20. Найдите наименьшее натуральное число с произведением цифр 3600.

4 класс

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

*Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.*

Задача 1. Из 34 квадратиков, со стороной 2 см каждый, составили прямоугольник. Из таких же 34 квадратиков, со стороной 2 см каждый, составили другой прямоугольник. Периметры этих двух прямоугольников оказались различными. Меньший из двух периметров равен @ см. Найдите @.

Задача 2. Количество трехзначных чисел, которые при делении на @ дают наибольший возможный остаток, равно #. Найдите #.

Задача 3. Числа от 1 до # + 17 разделены на пары, так что одно число пары делится на другое число этой пары. Количество таких пар чисел не больше &. Найдите &.

Задача 4. Наибольшая возможная величина площади прямоугольника, у которого сумма длины и ширины равна & см и стороны измеряются целым числом сантиметров, равна § кв.см. Найдите §.

Задача 5. Число, равное §–26, представлено как сумма нескольких чисел. Наибольшее возможное произведение этих чисел равно 324. Количество слагаемых равно *. Определите *.

ОТВЕТЫ – 4. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	76	12	13	42	5; 6

ОТВЕТЫ – 4. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	111	9 999	0	110 000
2	899	148	7	0
3	5	84	260	3
4	29	67	2	5
5	4	2897	10	15
6	216	3	2	81
7	4	2022	2	12320
8	6	15	72	7;8
9	13	4	0	13
10	2; 3	I	70; 80	1320
11	16	12	11 667	28
12	40	10	4	96
13	1; 3	12	7	162
14	1	2	48	14
15	12	108	8	81
16	44	7521	182	96
17	8	36	16; 4	3
18	6	108, 120	260	10
19	0	20, 24	8	11
20	9876543120	30	37	25589



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

5. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются:
 - числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - натуральное число или 0, а n - натуральное число;
 - десятичные дроби.
7. В задачах с численным ответом нужно использовать:
 - числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - натуральное число или 0, а n - натуральное число;
 - десятичные дроби.
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 5. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $12345 - 45 - 345 - 2345$.

Задача 2. Вычислите $(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10) : (50 \cdot 50 \cdot 50) - 1$

Задача 3. Чему равен остаток от деления 9 999 987 на 9?

Задача 4. Сколько десятков содержит число A ?

$$A = 25 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 8 + 625 \cdot 16 \cdot 2$$

Задача 5. Сколько цифр 0 нужно для записи числа A ?

$$A = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 999 + 998 + 997 + 996 + 995 + 994 + 993 + 992 + 991$$

Задача 6. Вычислите x , если минут в 12 часах столько же, сколько часов в x сутках.

Задача 7. Рассмотрим 50-значное число $\underbrace{2222 \dots 22}_{50 \text{ цифр } 2}$ Какова цифра единиц произведения цифр этого числа?

Задача 8. Каждое число, после второго числа, в последовательности

$$_, _, 12, _, 576,$$

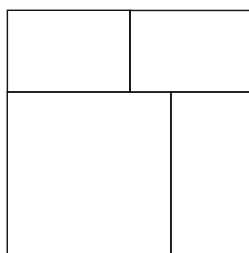
равно произведение двух предыдущих чисел. Чему равно произведение 3-х пропущенных чисел?

Задача 9. Сумма 11 последовательных чисел равна 209. Чему равно 10-е из этих чисел?

Задача 10. Некоторое число состоит из 11 тысяч, 111 сотен, 1111 десятков и 11111 единиц. Какое это число?

Задача 11. Число 10100 можно представить как произведение двух трехзначных чисел. Чему равно наибольшее из них?

Задача 12. Квадрат разрезали на 4 фигуры с площадями 6 кв. см, 6 кв. см, 8 кв. см и 16 кв. см. Найдите сторону квадрата.



Задача 13. Длина прямоугольника в 6 раз больше его ширины, а ширина его на 35 см меньше длины. Чему равен периметр этого прямоугольника в сантиметрах?

Задача 14. Длины сторон прямоугольника в сантиметрах выражаются двумя однозначными четными и двумя однозначными нечетными числами. Площадь и периметр этого прямоугольника выражаются одним и тем же числом, соответственно, квадратных сантиметров и сантиметров. Какова площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах?

Задача 15. На окружности отмечены 2 красных и 3 синих точки. Иво пресчитал все возможные четырехугольники с точно одной красной вершиной. Их количество оказалось меньше количества треугольников с хотя бы двумя синими вершинами. На сколько?

Задача 16. Какие натуральные числа, меньше 12, имеют точно три различных делителя?

Задача 17. В коробке лежат карандаши: 7 красных и 8 синих. В темноте берут карандаши. Какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них обязательно было не меньше 4-х красных и не меньше 3-х синих?

Задача 18. Делят двухзначное натуральное число A на 14. Остаток равен частному. Сколько может быть всех таких чисел A ?

Задача 19. Какова цифра единиц числа A ?

$$A = 1 \cdot 7 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 43 \cdot 49$$

Задача 20. Найдите натуральное число, больше 2000, такое, что если к нему прибавить сумму его цифр, получится число 2021.

ЗИМА – 5. КЛАСС

Задача 1. Найдите

$$(33 \cdot 333):27 - 7$$

Задача 2. Найдите

$$\frac{1}{3} + 4\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + 3\frac{5}{6} + \frac{1}{9} + 2\frac{8}{9}$$

Задача 3.

$$A = \underbrace{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}_8 \text{ и } B = \underbrace{16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16}_7$$

Найдите знаменатель дроби $\frac{A}{B}$, полученный после ее сокращения.

Задача 4. Число $\overline{2022a} + 12$ делится на 18. Какова цифра a ?

Задача 5. Вычислите x : 0,02, если $x + 0,2 = 1\frac{1}{2} + \frac{4}{10}$.

Задача 6. Найдите наибольшее простое число, на которое делится наибольшее число, записанное различными цифрами, и произведение этих цифр равно 12.

Задача 7. Для какого натурального числа n

$$\frac{5 - n}{13 + n} = \frac{1}{5}?$$

Задача 8. Пусть x и y - четные числа, n и m - нечетные числа.

Если $10 < n < m < x < y < 20$, найдите $x - n$.

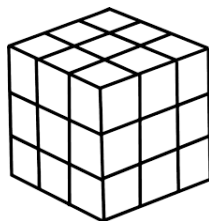
Задача 9. Сколько существует натуральных чисел, которые меньше 41 и взаимно просты с числом 41?

Задача 10. Вычислите

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot 0,05 \cdot 12 \cdot 16 \cdot 20 - 3$$

Задача 11. На каждой грани кубика написано одно из натуральных чисел 1, 2, 3, 4, 6 и x . Петр умножил числа, которые написаны на противоположных гранях кубика. Получил равные произведения. Найдите x .

Задача 12. Из 27 одинаковых кубиков, покрашенных белым, построен куб. Грани этого куба покрашены красным. Сколько граней маленьких кубиков остались белыми?



Задача 13. От квадрата со стороной 12 см отрезали квадрат с периметром 12 см. Какая часть от площади квадрата отрезана? Ответ запишите как несократимую дробь.

Задача 14. Сумма длин двух сторон прямоугольника равна 11 см, а его периметр - 18 см. Найдите площадь прямоугольника в квадратных сантиметрах.

Задача 15. Число a выбираем из чисел 2, 7, 12, 17, 22, 27, 32, 37, 42 и 47.

Число b выбираем из чисел 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43 и 48. Сколько существует натуральных чисел, меньших 50, которые можно представить как сумму чисел a и b ?

Задача 16. Сколько существует различных остатков, которые могут получиться при делении 2022 на однозначное число?

Задача 17. Сколько существует двузначных натуральных чисел, которые при делении на 6 и на 7 дают один и тот же остаток?

Задача 18. Сколько существует правильных дробей со знаменателем 5, которые больше $\frac{5}{11}$ и меньше $\frac{9}{11}$?

Задача 19. В саду растет меньше 120 деревьев, из которых $\frac{1}{15}$ – груши, $\frac{7}{12}$ – яблони, а остальные – сливы. Сколько сливовых деревьев в саду?

Задача 20. Найдите остаток от деления $8! + 5! - 22$ на 2022.

Пояснение: $N!$ определяется как произведение всех натуральных чисел от 1 до N включительно.

ВЕСНА – 5. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{22}{10}.$$

Задача 2. Вычислите

$$\frac{1}{2} \cdot 2,022 + \frac{1}{3} \cdot 2,022 - \frac{5}{6} \cdot 2,022.$$

Задача 3. Какое наименьшее значение принимает сумма натуральных чисел a и b , если

$$\frac{a}{5} < 1 \text{ и } \frac{b}{7} > 1 ?$$

Задача 4. Сколько существует трехзначных чисел N , для которых числа $\frac{N}{57}$ и $\frac{N}{12}$ - целые?

Задача 5. С помощью только трех цифр 1, 2 и 3 образованы все десятичные дроби, так, что в каждой дроби каждая из этих цифр использована один раз. Сколько из этих дробей меньше 3?

Задача 6. Пусть $A = 2 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32$ и $B = 64 \cdot 64 \cdot 64$. Найдите знаменатель дроби $\frac{A}{B}$, полученный после ее сокращения.

Задача 7. Сколько существует пятизначных чисел $3*91*$, которые делятся на 22 ?

Задача 8. Сколько существует натуральных чисел x , если $x\%$ от числа 56 - целое число меньше 100?

Задача 9. Для каких натуральных чисел n число, равное $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$ делится на 256, но не делится на 260?

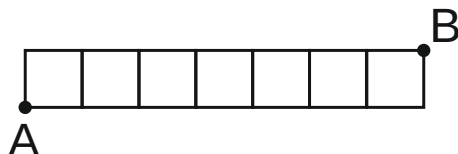
Задача 10. Натуральные числа N , $7 \cdot N$ и $11 \cdot N$ имеют точно по три различных простых делителя. Какое наименьшее значение принимает число N ?

Задача 11. Велосипедист A едет со скоростью 20 м в секунду, а велосипедист B - со скоростью 1,3 км в минуту. На сколько километров в час велосипедист B едет быстрее велосипедиста A ?

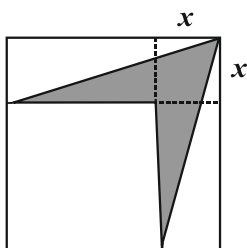
Задача 12. Диагональ делит четырехугольник с периметром 20,6 см на два треугольника с периметрами 10,8 см и 15,7 см. Найдите длину этой диагонали в сантиметрах.

Задача 13. Если ребро куба равно 10 см, то сколько см проползет муравей от точки А до точки В, по пути, указанному на чертеже?

Задача 14. Сторона клеточки равна 1 см. Сколько различных путей длины 8 см, идущих по сторонам клеточек, ведет из точки А в точку В?



Задача 15. Чему равна площадь закрашенной области, если сторона квадрата равна 12 см, а $x = 5$ см?



Задача 16. Вычислите

$$2022 : \left(2 : \left(3 : \frac{2,022 \cdot 2022}{20,22 \cdot 202,2} \right) \right) - 2021$$

Задача 17. Какой цифрой оканчивается самое маленькое число, у которого произведение цифр равно 2025?

Задача 18. Сколько простых чисел, меньших 211, имеют сумму цифр, равную 4?

Задача 19. Чему равно наибольшее среди натуральных чисел a , b и c , для которых

$$\frac{68}{21} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}?$$

Задача 20. На доске написаны числа 1, 9, 17, ..., 97, 105. Разрешено следующее действие: сотрем два числа и вместо них запишем их сумму. Сколько раз нужно выполнить это действие, чтобы на доске осталось одно число?

ФИНАЛ – 5. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{4}{20} + \frac{9}{30} + \frac{16}{40} - \frac{5}{10}$$

Задача 2. Вычислите x , если

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{25}\right) = \frac{x}{10}$$

Задача 3. Какое наименьшее значение принимает сумма натуральных чисел a и b , если

$$12,5 - 2,5 \cdot 0,3 < a < 15 < b < 28,9 : 1,7$$

Задача 4. Каково наибольшее значение суммы $A + \frac{B}{C}$ если A , B и C - числа 2, 4 и 8, взятые в некотором порядке?

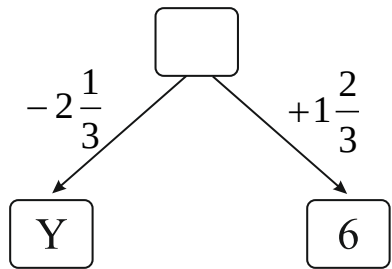
Задача 5. Чему равно $P + Q$, если P большая из дробей $\frac{7}{15}$ и $\frac{7}{16}$, а Q – меньшая из дробей $\frac{15}{16}$ и $\frac{14}{15}$?

Задача 6. Если натуральное число x разделить на $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{7}$ и на $1\frac{1}{3}$ то получатся частные - натуральные числа. Какое наименьшее значение принимает x ?

Задача 7. Какую часть от 3,5 часа составляют 42 секунды?

Задача 8. Если Том будет работать один, он покрасит забор у тети Полли за 4 часа, а Гек сам может покрасить забор за 6 часа. Если они оба будут работать 30 минут, то какая часть забора останется неокрашенной?

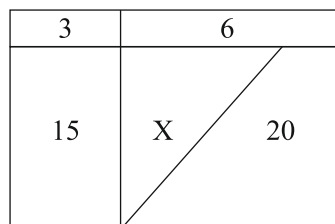
Задача 9. Вычислите Y , если



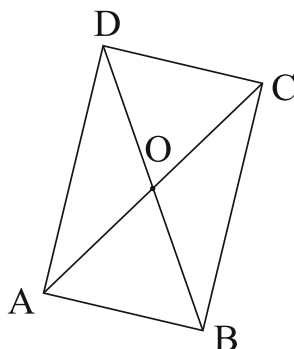
Задача 10. Сколько существует несократимых обыкновенных дробей, которые больше $\frac{5}{7}$ и меньше $\frac{6}{7}$, а числитель и знаменатель у них - однозначные числа?

$$\frac{5}{7} < \frac{n}{x} < \frac{6}{7}$$

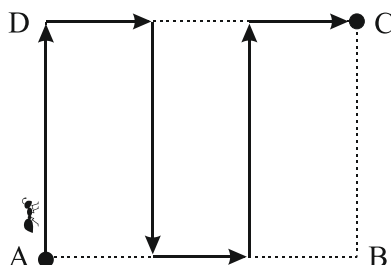
Задача 11. Прямоугольник разделен на три прямоугольника, одну трапецию и один прямоугольный треугольник с площадями в кв. см, соответственно, 3, 6, 15, 20 и x . Найдите значение x в кв. см.



Задача 12. Диагонали AC и BD прямоугольника $ABCD$ с площадью 48 см^2 пересекаются в точке O . Отрезки AO , BO , CO и DO равны по длине, периметры треугольников AOB и ABD равны, соответственно, 16 см и 24 см . Какова длина меньшей стороны прямоугольника в см ?



Задача 13. Муравей прополз путь от A до C по отрезкам, обозначенным стрелками. Площадь прямоугольника $ABCD$ равна 15 см^2 , а длины его сторон - целые числа см. Сколько различных значений может иметь длина пути муравья?



Задача 14. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 25 см и на 25% больше другого. Найдите площадь этого треугольника в квадратных сантиметрах.

Задача 15. На каждой грани кубика написано одно из натуральных чисел 1, 3, 4, 6, 7 и x . Петр нашел сумму чисел, которые написаны на противоположных гранях кубика. Получил три равных результата. Найдите x .

Задача 16. Для какого натурального числа n

$$\frac{15 - n}{13 + n} = \frac{1}{3} ?$$

Задача 17. Пусть x и y - четные числа, n и m - нечетные числа.

Если $10 < n < x < m < y < 16$, найдите

$$\frac{m + x}{y - n} - \frac{1}{3}$$

Задача 18. Если 1 кг и 50 г персиков стоят 5,46 USD, сколько USD стоят 800 граммов персиков?

Задача 19. Натуральное число n имеет два натуральных делителя, а число $n + 1$ – три натуральных делителя. Сколько простых делителей имеет число $n + 2022$?

Задача 20. Сколько различных чисел можно получить из числа 1234 перестановкой его цифр, так чтобы точно одна из цифр оставалась на своем месте?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

*Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.*

Задача 1. Число N - натуральное число, которое меньше 38, а количество чисел, которые меньше N и взаимно просты с N , равно $N - 1$. Количество чисел N обозначено @.

Найдите @.

Задача 2. В группы записываются обыкновенные дроби, числитель и знаменатель у которых - натуральные числа. В одной и той же группе записаны дроби с одной и той же суммой числителя и знаменателя. Группы следуют одна за другой по возрастанию суммы числителя и знаменателя.

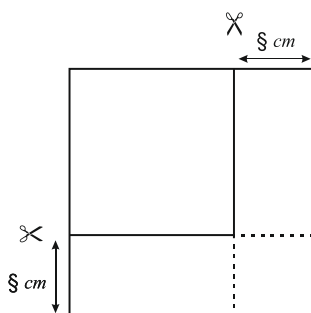
Это первые три группы: $\left\{\frac{1}{1}\right\}, \left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{1}\right\}, \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}\right\}, \dots$

Сумма дробей в группе, которая находится на @ месте слева направо, таких, у которых и числители, и знаменатели простые числа, равна #. Найдите #.

Задача 3. Наименьшее натуральное число N , для которого $\frac{\#}{N}$ является правильной дробью, равно &. Найдите &.

Задача 4. С помощью & различных цифр записали два натуральных числа N и M , $N > M$. Наименьшая возможная разность $N - M$ обозначена §. Найдите §.

Задача 5. От квадратного куска бумаги, как показано на чертеже, отрезали часть и оставшаяся часть - тоже квадрат, площадь которого на 51 кв. см меньше площади первоначального квадрата. Сторона первоначального квадрата * mm. Найдите *



ОТВЕТЫ – 5. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	12	125/22	6	3	100

ОТВЕТЫ – 5. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	9610	400	$\frac{3}{10}$	1
2	7	12	0	6
3	6	16	9	28
4	4000	0	4	10
5	3	85	4	1,4
6	30	23	32	60
7	4	2	5	$\frac{1}{300}$
8	576	3, 5	7	$\frac{19}{24}$
9	23	40	10, 11, 12	2
10	44321	0,2	154	4
11	101	12	6	10
12	6	108	2,95	6
13	98	$\frac{1}{16}$	70	3
14	18	19,25	8	250
15	5	9	35	9
16	4; 9	3	1012	8
17	12	12	9	8
18	6	2	3	4,1
19	5	21	5	2
20	2014	2000	13	8



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

6. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются:
числа, которые представляются как разность двух натуральных чисел;
числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - целое число, а n - натуральное число;
десятичные дроби.
7. В задачах с численным ответом нужно использовать:
числа, которые представляются как разность двух натуральных чисел;
числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - целое число, а n - натуральное число;
десятичные дроби.
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 6. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{4 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + 8 \cdot 10 + 10 \cdot 12}{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6}$$

Задача 2. Какое число будет обратным значению A ?

$$A = \frac{2}{3} - \frac{1}{6} \cdot 2$$

Задача 3. Вычислите x , если

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x} = 1$$

Задача 4. Разность двух чисел на 12 меньше уменьшаемого и на 12 больше вычитаемого. Найдите уменьшаемое.

Задача 5. Каково наименьшее трехзначное число, которое при делении и на 4, и на 14, и на 28 дает остаток 2?

Задача 6. Пусть P — произведение первых 30 простых чисел. Найдите остаток при делении P на 30.

Задача 7. Сколько среди дробей

$$\frac{1}{84}; \frac{3}{84}; \frac{5}{84}; \dots; \frac{81}{84}; \frac{83}{84}$$

являются сократимыми?

Задача 8. Сколько целых чисел от 9 до 25 имеют четное число делителей?

Задача 9. Если $\frac{1}{11}$ числа A равна 11, найдите 11% от этого числа A .

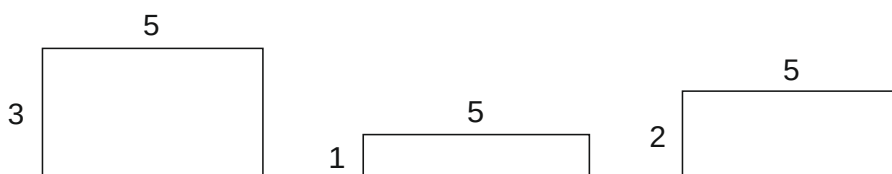
Задача 10. Вычислите x , если $0, (51) - \frac{51}{100} = \frac{17}{33} \cdot x$

Задача 11. На окружности отмечены 2 красных и 3 синих точки. Иво пресчитал все возможные треугольники с точно одной красной вершиной. Их количество оказалось меньше количества треугольников с хотя бы двумя синими вершинами. На сколько?

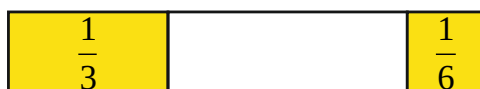
Задача 12. Квадрат с стороной 3 см и треугольник имеют одинаковые периметры и общую сторону. Найдите длину наибольшей стороны треугольника, если она измеряется целым числом сантиметров.

Пояснение: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

Задача 13. Имеем три прямоугольника – первый с длиной 5 см и шириной 3 см, второй – с длиной 5 см и шириной 1 см, третий – с длиной 5 см и шириной 2 см. Из них сложен прямоугольник с площадью 30 кв. см. Найдите все возможные значения периметра построенного прямоугольника.



Задача 14. Сколько процентов фигуры не закрашено?



Числа в прямоугольниках показывают, какую часть площади большого прямоугольника составляет площадь закрашенного прямоугольника.

Задача 15. Сколько литров воды нужно, чтобы наполнить половину аквариума в форме прямоугольного параллелепипеда с длиной 50 см, шириной 30 см и высотой 40 см?

Задача 16. Каждое из 101 числа равно или 1, или (-1). Сколько может быть разных сумм этих чисел?

Задача 17. Найдите натуральное число, меньше 2000, такое, что если к нему прибавить сумму его цифр получится число 2021.

Задача 18. В коробке лежат карандаши: 7 красных и 9 синих. В темноте берут карандаши. Какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них обязательно было не меньше 4-х красных и не меньше 3-х синих?

Задача 19. Вычислите $a + b + c$, если

$$a, bc - 5,9 = 1,62$$

Задача 20. Из города А в город В по течению реки корабль плывет 5 суток, а назад — 7 суток. Сколько суток плывет плот из А в В?

ЗИМА – 6. КЛАСС

Задача 1. Вычислите $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - \dots + 19 - 20$

Задача 2. Вычислите $(-5) \cdot (-4) \cdot (-3) + (-4) \cdot (-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot (-2) \cdot (-1)$

Задача 3. Вычислите

$$(1 - 9) \cdot (2 - 8) \cdot (3 - 7) \cdot \dots \cdot (8 - 2) \cdot (9 - 1)$$

Задача 4. Вычислите

$$(-1)^{1+3} + (-1)^{1+3+5+7} + (-1)^{1+3+5+7+9+11} + (-1)^{1+3+5+7+9+11+13}$$

Задача 5. Вычислите

$$\frac{1 + 3^2 + 3^3 + 3^5 + 3^6 + 3^8}{1 + 3^3 + 3^6}$$

Задача 6. Чему равно наименьшее натуральное число n , для которого

$$n \cdot 0,(18) - \frac{1}{11}$$

- целое число?

Задача 7 Вычислите x , если

$$\frac{14}{19} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}$$

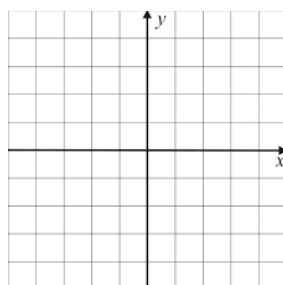
Задача 8. На сколько сумма целых отрицательных чисел, которые больше (-10) , меньше суммы всех натуральных чисел которые меньше 10?

Задача 9. Найдите наибольшее трехзначное число $\overline{x\overline{y}z}$, у которого все цифры четные, различные и

$$x < y; y > z; z < 7?$$

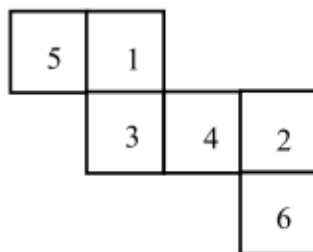
Задача 10. Число $\frac{111\dots111}{21 \text{ единица}}$ разделили на 3. Сколько цифр 3 получилось в записи частного?

Задача 11. Если $A(2; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4,1)$, найдите площадь $\triangle ABC$.

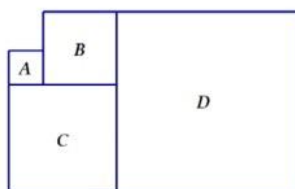


Задача 12. Прямоугольник, который можно разрезать на три одинаковых квадрата, имеет площадь 363 см^2 . Найдите периметр этого прямоугольника в сантиметрах.

Задача 13. На рисунке изображена развертка куба, на гранях которого записаны числа от 1 до 6. Какова наибольшая сумма чисел, записанных на трех гранях с общей вершиной?



Задача 14. Фигуры A , B , C и D - квадраты. Периметр A в два раза меньше периметра B . Во сколько раз периметр D больше периметра A ?



Задача 15. Прямоугольный параллелепипед имеет измерения 40 см, 28 см и 36 см. Нужно разрезать его на одинаковые кубики, у которых длина ребра равна целому числу сантиметров. Сколько таких разрезов можно сделать?

Задача 16. Сколько существует натуральных чисел N , таких что 6^6 делится на N^2 ?

Задача 17. Всего 6 цифр 0 или 1 записаны друг за другом, так что первая цифра не 0, и две цифры 0 не стоят рядом. Сколько таких шестизначных чисел можно записать?

Задача 18. Среднее арифметическое 9 чисел равно -11 , а среднее арифметическое 7 из них равно -3 . Чему равно среднее арифметическое остальных 2 чисел?

Задача 19. Сколько существует целых чисел x , для которых выполняется неравенство

$$-8\pi < x < \pi ?$$

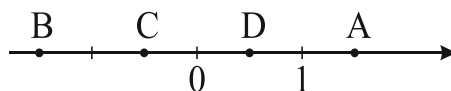
Задача 20. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 2022. Найдите уменьшаемое.

ВЕСНА – 6. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3} + \frac{5}{4} - \frac{7}{4}.$$

Задача 2. Сколько точек А, В, С и D на чертеже соответствуют отрицательным числам от числовой оси?



Задача 3. Запишите как десятичную дробь $2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-4}$

Задача 4. Найдите натуральное число x , если

$$7 - 3 \cdot 3, (1) + |3 \cdot 3, (1) - 11| = -\frac{x}{3}.$$

Задача 5. Найдите x , если

$$48 \cdot 2^{11} + 5 \cdot 2^{16} - 7 \cdot 2^{15} = 3 \cdot 2^x$$

Задача 6. Из чисел $-9, -8, -1, 0, 1$ и 2 выбрали два числа и перемножили их. Найдите наименьший возможный результат.

Задача 7. Из натуральных чисел, меньше 30 , вычеркнуты все такие числа x , что $30 - x$ делится на 7 . Сколько чисел осталось?

Задача 8. Какая цифра единиц у числа, равного:

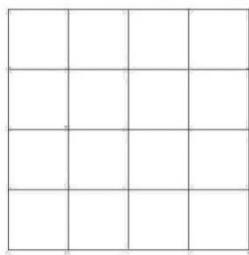
$$15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 - 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46$$

Задача 9. Сколько всего 5-значных чисел $3*91*$, которые делятся на 22 ?

Задача 10. Какое из чисел $(-49,1567)$; (-50) ; $(-\frac{1}{1000})$ и $(-0,003)$ – наибольшее?

Задача 11. Сколькими способами можно записать 38 в виде суммы $a + b + c$, где a, b и c – простые числа и $a < b < c$?

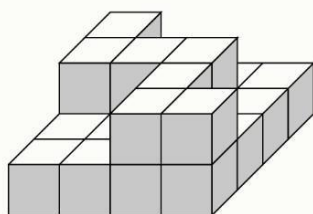
Задача 12. Квадрат составлен из 16 одинаковых квадратов с длиной стороны 1 см. Если разрезать квадрат по прямой линии, то какое наибольшее число из этих 16 квадратов могут оказаться разрезанными?



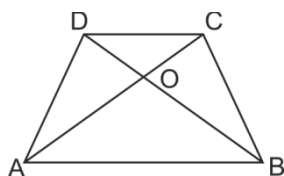
Задача 13. При вычислении площади круга по формуле πr^2 Алекс заменил радиус r диаметром и получил площадь $16\pi \text{ см}^2$. На сколько квадратных сантиметров ошибся Алекс?

Задача 14. Площадь поверхности куба равна 726 см^2 . Вычислите объем этого куба в см^3 .

Задача 15. Тело, изображённое на картинке, состоит из 23 одинаковых кубиков. Какое наименьшее число кубиков надо добавить, чтобы достроить это тело до куба ?



Задача 16. Трапеция делится диагоналями на 4 треугольника с площадями в см^2 1, 3, 9 и x . Найдите x .



Задача 17. Найдите все целые числа x , для которых

$$2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = x^2 - 1$$

Задача 18. Найдите сумму целых чисел a , b и c , если наименьшее из них равно (-15) и $4 \cdot a = -6 \cdot b = -15 \cdot c$.

Задача 19. Найдите сумму цифр наименьшего натурального числа, произведение цифр которого равно 900.

Задача 20. Сумма всех цифр двух 3-значных чисел A и B равна 27. Какова наименьшая возможная сумма цифр числа $A + B$?

ФИНАЛ – 6. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{4}{20} + \frac{9}{30} + \frac{16}{40} - \frac{5}{10}$$

Задача 2. Запишите как десятичную дробь

$$2 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-4}$$

Задача 3. Вычислите

$$(2 - 512) \cdot (2^2 - 256) \cdot (2^3 - 128) \cdot \dots \cdot (256 - 2^2) \cdot (512 - 2)$$

Задача 4. Вычислите

$$(-1)^1 + (-1)^{1+3+5} + (-1)^{1+3+5+7+9} + \dots + (-1)^{\frac{1+3+\dots+95+97}{49}}$$

Задача 5. Сколько существует натуральных чисел, которые не больше 21 и которые можно представить как сумму нескольких различных простых чисел?

Задача 6. Каково наибольшее значение Z , если X и Y - различные числа из множества $\{-2; -1; 1; 2\}$?

$$-3 \overset{-X}{\rightarrow} \bigcirc \overset{Y}{\rightarrow} Z$$

Задача 7. Чему равно наименьшее натуральное число n , для которого

$$n \cdot 0,(037) - \frac{1}{27}$$

- натуральное число?

Задача 8. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна (-204) . Найдите уменьшаемое.

Задача 9. Если $3,2 < x < 4,2$, найдите значение выражения

$$|x - 3,2| + |x - \pi| + |x - 4,2| + \pi - x.$$

Задача 10. Кусок льда тает равномерно, так что каждый час теряет треть своего веса. Через 3 часа он стал весить 27 kg. Сколько он весил сначала?

Задача 11. Длина отрезка AB равна 120 см . Ани отметила разделительные точки на отрезке так, что получилось 8 равных частей. Петр отметил разделительные точки на отрезке так, что получилось 12 равных частей. Сколько точек, которые отметила Ани совпадает с точками Петра?

Задача 12. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 12 см^3 . Длины его ребер измеряются целым числом сантиметров. Какое наибольшее значение в см^2 может иметь площадь полной поверхности параллелепипеда?

Задача 13. Из трех металлических кубиков с ребрами, соответственно, 9 см, 12 см и 15 см отлит новый кубик. Найдите ребро нового кубика в сантиметрах.

Задача 14. Прямоугольный параллелепипед имеет измерения 70 см , 42 см и 154 см . Нужно разрезать его на одинаковые кубики, у которых длина ребра равна целому числу сантиметров. Сколько таких разрезов можно сделать?

Задача 15. В 8-угольной пирамиде число отрезков, соединяющих любые две вершины, равно n . Найдите n .

Задача 16. Вычислите

$$\frac{2^{20} + 4^{10} + 16^5}{128^3}$$

Задача 17. При каком наименьшем значении натурального числа n число $3^n + 2$ является составным?

Задача 18. Какая цифра единиц у числа, равного

$$15 \cdot 25 \cdot 35 \cdot 45 \cdot 55 - 16 \cdot 26 \cdot 36 \cdot 46 \cdot 56 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

Задача 19. Вычислите x , если

$$(-8) + (-7) + (-6) + (-5) + \dots + 4 + 5 + 6 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5) \cdot x$$

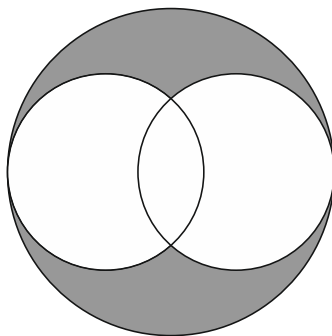
Задача 20. Возраст Петра - двузначное число, которое на 4 больше утроенной суммы его цифр. Сколько лет Петру?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.

Задача 1. На семи карточках, положенных рядом, записаны семь чисел. Сумма чисел на любых трех соседних карточках равна (-6) , а сумма чисел на всех карточках равна (-7) . Число, записанное на первой карточке, равно @. Найдите @.

Задача 2. Дан круг радиуса @ см, в котором построены два белых круга одинакового радиуса 3 см, как показано на рисунке. Площадь большого круга обозначим X , разность между площадями заштрихованной части и общей частью двух белых кругов обозначим Y . Если $\frac{Y}{X} = \#$, вычислите несократимую обыкновенную дробь #.



Задача 3. Пусть N - натуральное число. Количество правильных несократимых обыкновенных дробей вида $\frac{N}{50 \cdot (\# + \frac{2}{5}) - N}$ равно &. Найдите &.

Задача 4. Количество трехзначных чисел меньше 129, имеющих в качестве делителей ровно & натуральных чисел, равно §. Найдите §.

Задача 5. Значение выражения

$$|x - \pi| + |x - 2\pi| + |x - 3\pi| + |x - \pi^2|$$

при $x = \S$ равно *. Определите *.

ОТВЕТЫ – 6. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	5	7/25	8	6	π^2

ОТВЕТЫ – 6. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	4	−10	−2	1
2	3	−90	2	2022,2202
3	12	0	2022,0003	0
4	36	2	2	−25
5	114	10	16	15
6	0	6	− 18	10
7	18	4	25	28
8	14	90	1	−102
9	13,31	684	5	1
10	0,01	7	$-\frac{1}{1000}$	91,125
11	1	$\frac{1}{2}$	4	3
12	5	88	7	50
13	22; 26	14	12π	18
14	50	5	1331	4
15	30	3	41	36
16	102	16	3	1,5
17	1996	13	± 8	5
18	13	−39	−1	1
19	14	29	23	−1
20	35	1011	9	25



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

7. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются:
числа, которые представляются как разность двух натуральных чисел;
числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - целое число, а n - натуральное число;
десятичные дроби.
7. В задачах с численным ответом нужно использовать:
числа, которые представляются как разность двух натуральных чисел;
числа, которые представляются в виде m/n ($n \neq 0$), где m - целое число, а n - натуральное число;
десятичные дроби.
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 7. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$9 \times 10^4 + 9 \times 10^3 + 11 \times 10^2 - 2021$$

Задача 2. Сколько существует целых чисел, которые делят число A с остатком 0?

$$A = 4^2 \cdot 5 - 3^2 \cdot 7$$

Задача 3. Вычислите x , если

$$-(x - (2x - (3x - 4))) = 5$$

Задача 4. Сколько знаков „–“ нужно заменить на „+“, так чтобы равенство

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = 1$$

было верно?

Задача 5. Вычислите $x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x$, если $x:y:z = 3:(-4):5$ и $y = -8$

Задача 6. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Дробной частью $\{x\}$ числа x называется число $x - [x]$.

Вычислите

$$\left\{-1\frac{1}{3}\right\} + \left\{-\frac{2}{3}\right\} + \left[1\frac{1}{3}\right] + \left[2\frac{2}{3}\right].$$

Задача 7. Каковы три последние цифры числа A ?

$$A = 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13 \cdot 16 \cdot 19 \cdot 22 \cdot 25$$

Задача 8. Найдите частное при делении

$$2 + 2^3 + 2^5 + 2^7 + 2^9 + 2^{11}$$

на $1 + 2^6$.

Задача 9. Каково наибольшее значение выражения?

$$\frac{3 + x^2}{0,375 + x^2}$$

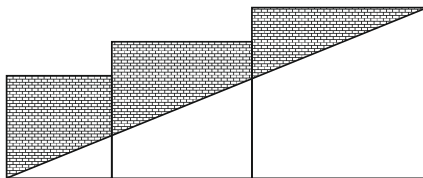
Задача 10. Какова последняя цифра числа, равного

$$333 \times 666 \times 222 - 222 \times 777 \times 555?$$

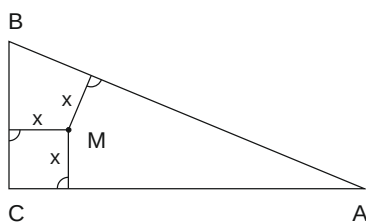
Задача 11. Точка $A(a + b, a \cdot b)$ находится в II четверти и $a \cdot b \neq 0$. В какой четверти находится точка $B(a, b)$?

Задача 12. Периметры прямоугольника со сторонами a и b и квадрата со стороной a относятся, как $5 : 6$. Определите отношение площадей этих фигур.

Задача 13. Даны три квадрата с площадями 9 см^2 , 16 см^2 и 25 см^2 . Сколько см^2 составляет площадь заштрихованной фигуры?



Задача 14. Треугольник ABC – прямоугольный с катетами $AC = 12 \text{ см}$ и $BC = 5 \text{ см}$. Точка M находится внутри треугольника на равных расстояниях $x \text{ см}$ от его сторон. Найдите x .



Задача 15. Сумма ординат точек $A(0; 1)$, $B(-2; y)$ и $C(0; -3)$ равна сумме абсцисс. Определите площадь треугольника ABC .

Задача 16. Точки A , B и C лежат на прямой, $AB = 4 \text{ см}$ и $AC = BC + 2 \text{ см}$. Чему равна длина AC в сантиметрах?

Задача 17. Если $|a| = 5$, $|b| = 4$ и $|a + b| = -a - b$, найдите $a - b$.

Задача 18. Сколько существует трёхзначных чисел $\overline{cab}$, таких, что $c > b > a$ и a, b, c — простые числа?

Задача 19. Из города A в город B по течению реки корабль плывет 5 суток, а назад — 7 суток. Во сколько раз скорость корабля больше скорости реки?

Задача 20. Натуральное число делится на все натуральные числа x , $x \leq 50$, кроме двух последовательных натуральных чисел y и $y + 1$, $y \leq 49$. Найдите y .

ЗИМА – 7. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения

$$\frac{1}{2} - 3 \cdot \left(\frac{1}{6} - 4 \cdot \left(\frac{1}{4} - 0,75 \right) \right)$$

Задача 2. Найдите значение выражения $(x - y + z) \times (x + y - z) - 2x^2 + 2(y - z)^2$, если $x^2 - (y - z)^2 = 1$

Задача 3. Вычислите $(1 - 11) \cdot (2 - 10) \cdot (3 - 9) \cdot \dots \cdot (10 - 2) \cdot (11 - 1)$

Задача 4. Если $3^2 - 5^2 + 7^2 - 9^2 + 11^2 - 13^2 + 15^2 - 17^2 = 80x$, найдите x .

Задача 5. Найдите сумму натуральных чисел k и n , если $kn^2 - kn - n^2 + n = 26$.

Задача 6. Целые числа x и y такие, что $\frac{x}{12} = \frac{y}{8}$ и $xy = 96$. Найдите $x + y$.

Задача 7. Если $|a| = 1 - b$ и $|b - 2| = 4$, найдите $a^2 - b^2$.

Задача 8. Найдите количество различных простых делителей числа, равного

$$6^{2020} - 7 \cdot 6^{2021} - 6^{2022}.$$

Задача 9. Если

$$x^4 + 2022x^2 + 2021x + 2022 = (x^2 + Ax + 1)(x^2 - x + B)$$

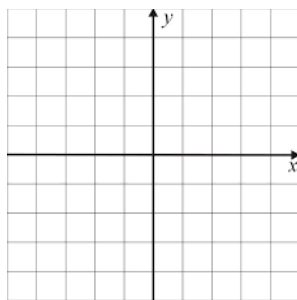
тождество, вычислите $A + B$.

Задача 10. Сколько существует натуральных чисел N , для которых N^3 является делителем числа 12^6 ?

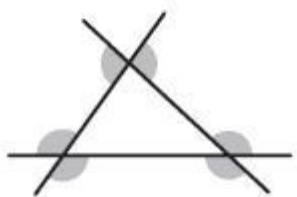
Задача 11. Основание пирамиды с 2022 вершинами является также и основанием призмы. Сколько ребер у этой призмы?

Задача 12. Из прямоугольного треугольника с катетами 6 см и 8 см и прямоугольного треугольника с гипотенузой 17 см и катетом 15 см сложили новый треугольник. Найдите периметр нового треугольника в сантиметрах.

Задача 13. Если $A(2; 2)$, $B(1; 3)$, $C(4,1)$, найдите площадь $\triangle ABC$.



Задача 14. Чему равна сумма всех покрашенных углов?



Задача 15. Четырехугольник $ABCD$ - прямоугольник. Биссектриса угла BAD пересекает прямые CB и CD соответственно в точках N и M , и $DM = 5$ см, $CN = 3$ см. Найдите площадь прямоугольника.

Задача 16. Одна из цифр трехзначного числа $\overline{abc}$ - ноль. При зачеркивании цифры 0 получается двузначное число, которое в 9 раз меньше. Какое это трехзначное число?

Задача 17. Каждый участник шахматного турнира сыграл по одной партии со всеми остальными участниками (за выигрыш победитель получает – 1 очко, за ничью – оба по 0,5 очка, поражение – 0). Победитель выиграл все свои партии и набрал в 4 раза меньше очков, чем все остальные вместе. Сколько шахматистов участвовало в турнире?

Задача 18. Вычислите

$$|\pi - 1| + |\pi - 2| + |\pi - 3| + |\pi - 4| + |\pi - 5| + |\pi - 6|$$

Задача 19. Вычислите $a + b + c$, если $4a^2 + 9b^2 + 36c^2 = 4a + 6b + 12c - 3$.

Задача 20. Найдите все числа x , для которых выполняется равенство

$$||x^3| - 3x^3| = -x?$$

ВЕСНА – 7. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$0,1^4 - \left(\frac{1}{10} - 1\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{100}\right)$$

Задача 2. Найдите x , если $(-x - \pi) \cdot |\pi - 4| = (4 - \pi)^2$

Пояснение: Числoto $\pi \approx 3,14$

Задача 3. Запишите как десятичную дробь

$$(10^3 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-2}) : 10230,4$$

Задача 4. Найдите $x - 100$, если $\frac{102^3 - 8}{100} + 204 = x^2$

Задача 5. Число A - произведение всех простых чисел, меньших 22. Число B - произведение всех четных чисел, которые меньше 22. Какая цифра единиц у числа, равного $A - B$?

Задача 6. Чему равно наименьшее простое число, на которое делится число, равное

$$15^3 + 17^3 + 19^3 + 24^3?$$

Задача 7. Найдите x , если

$$10 \cdot (11^5 + 11^4 + 11^3 + 11^2 + 12) + 1 = 121^x.$$

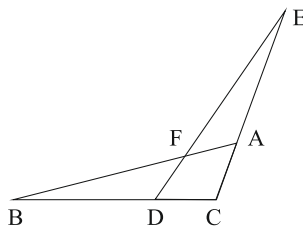
Задача 8. Найдите x , если $x^3 - x = 3 - 3x$.

Задача 9. Если натуральные числа a и b при делении на 5 дают остатки, соответственно, 1 и 2, найдите остаток от деления $a + b^2$ на 5.

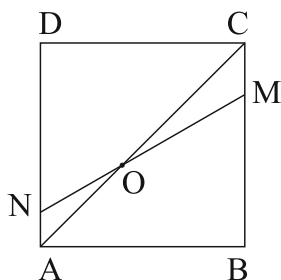
Задача 10. Найдите наименьшее натуральное число n , для которого $n^3 + 5n - 1$ не является простым числом.

Задача 11. Найдите площадь прямоугольного треугольника со сторонами x см, 252 см и 277 см, если $x < 252 < 277$.

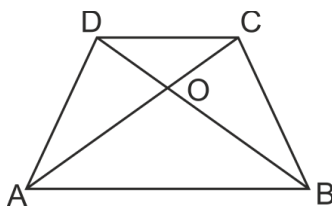
Задача 12. Два равных треугольника ABC и DEC расположены так, как показано на рисунке. Известно, что $DC = AC = 1$ см, $BD = EA = 2$ см и площадь четырехугольника $DCAF = 1$ см². Найдите площадь $\triangle ABC$.



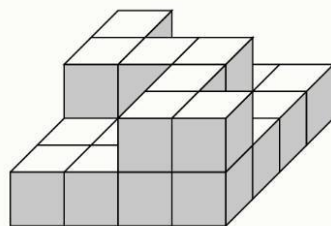
Задача 13. Какова величина $\angle COM$, если $\angle OND = 60^\circ$ и $ABCD$ – квадрат?



Задача 14. Трапеция делится диагоналями на 4 треугольника с площадями см² 1, 3, 9 и x . Найдите x .



Задача 15. Тело, изображённое на картинке, состоит из 23 одинаковых кубиков. Какое наименьшее число кубиков надо добавить, чтобы достроить это тело до прямоугольного параллелепипеда?



Задача 16. Длина окружности с диаметром $\frac{8}{\pi}$ см равна периметру квадрата. Сколько см² составляет площадь этого квадрата?

Задача 17. Четное натуральное число N имеет равно 7 натуральных делителей (включая 1 и N). Сколко натуральных делителей имеет число $12 \cdot N$?

Задача 18. Сколько существует целых чисел от 11 до 1000, в записи которых нет двух стоящих рядом одинаковых цифр?

Задача 19. Выражение $n^3 + 7n^2 - 36$ разложено на три множителя. Два из этих множителей равны $(n - 2)$ и $(n + 3)$. Найдите третий.

Задача 20. В последовательности пар чисел $(1, 2), (3, 4), \dots, ((x - 1), x)$ зачеркнута одна пара чисел. Сумма незачеркнутых чисел равна 156. Найдите сумму зачеркнутых чисел.

ФИНАЛ – 7. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32}$$

Задача 2. Вычислите

$$0,00000256 + \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{25}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{625}\right)$$

Задача 3. Найдите сумму всех целых отрицательных чисел x , для которых

$$(-x - \pi) \cdot |\pi - 4| < (\pi - 4)^2$$

Пояснение: Число $\pi \approx 3,14$

Задача 4. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Дробной частью $\{x\}$ числа x называется число $x - [x]$.

Вычислите

$$\{-\pi\} + \{-2\pi\} + [\pi] + [2\pi]$$

Задача 5. Если $(x - y)xy \neq 0$ и $\frac{x^3 - y^3}{(x - y)^3} = 7$, найдите $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$.

Задача 6. Число 2 - корень уравнения $|x - 5| = a^2 - 3a + 5$, в котором a - параметр. Найдите второй корень.

Задача 7. При делении натурального числа A на 55 получается остаток 34. При делении этого же числа на 32 получается остаток 2. Какая цифра единиц у числа A ?

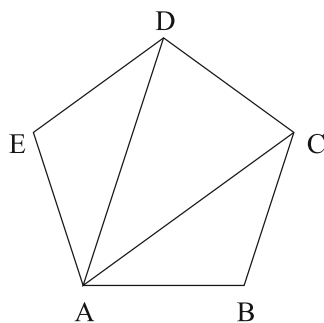
Задача 8. Найдите остаток от деления $2^{22} - 6^{12}$ на 10.

Задача 9. Найдите x , если

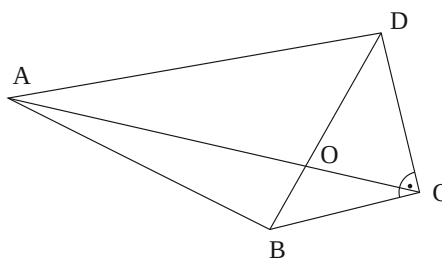
$$|x| - \left| \frac{x}{-6} \right| = x - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{2} - 1 \right)$$

Задача 10. Найдите сумму натуральных чисел m и n , для которых $20m + 22n = 222$.

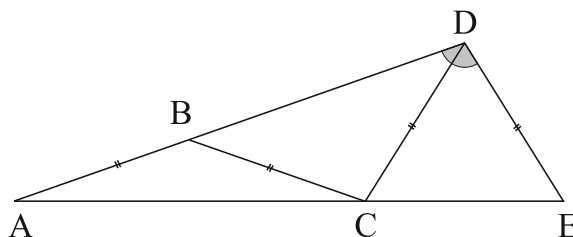
Задача 11. Дан правильный пятиугольник $ABCDE$. Найдите градусную меру угла CAD .



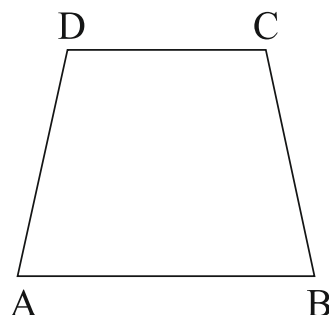
Задача 12. Для четырехугольника $ABCD$ известно, что $DB = 13$ см, $BC = 5$ см, $\angle BCD = 90^\circ$, $AO : AC = 2:3$. Найдите его площадь в квадратных см.



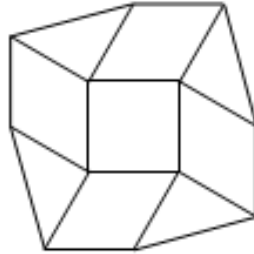
Задача 13. На чертеже $AB = BC = CD = DE$. Мера $\angle ADE$ - целое число градусов. Какое наименьшее значение может иметь мера угла ADE ?



Задача 14. Каждая из диагоналей трапеции равна сумме оснований. Чему равен угол между диагоналями?



Задача 15. Фигура на чертеже составлена из одного квадрата в центре, четырех ромбов с равными острыми углами и четырех треугольников. Найдите площадь в квадратных сантиметрах каждого ромба, если площадь квадрата равна 36 см^2 , а площадь всей фигуры - 204 см^2 .



Задача 16. Число n — натуральное число, а число $m = 4n^2 - 121$ — простое число. Найдите m .

Задача 17. Найдите ab , если $a + b = 3$ и $a^3 + b^3 = 63$.

Задача 18. Сколько существует таких натуральных чисел N , что среди чисел от 1 до N ровно 12 % делятся на 8?

Задача 19. Имеются двухчашечные весы и три гири весом, соответственно, 1 kg, 3 kg и 10 kg. Сколько предметов разного веса можно взвесить с помощью этих весов, если в одном взвешивании участвует только один предмет?

Задача 20. Пусть x и y - простые числа, такие, что $2y + 1$ делится на x , а $2x + 1$ делится на y . Чему равно наименьшее значение $x + y$?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.

Задача 1. Сумма корней уравнения

$$4x^2 - 12x + 9 - 5|4x - 6| + 25 = 0,$$

равна @. Найдите @.

Задача 2. Сложили все двузначные числа, которые делятся на @. Наибольшее простое число, которое является делителем полученной суммы, равно #. Найдите #.

Задача 3. Две стороны прямоугольного треугольника равны # и # – 2, а третья – тоже целое число. Площадь треугольника – &. Найдите &.

Задача 4. В прямоугольнике отмечены § точки и он разрезан на треугольники с вершинами в этих точках и/или вершинах прямоугольника. Получили & треугольников. Найдите §.

Задача 5. Рассмотрим все прямоугольники с периметром § см, у которых длины сторон – простые числа см. Вычислим их площади, и от наибольшей площади отнимем наименьшую площадь. Получится * см². Найдите *.

ОТВЕТЫ – 7. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	3	37	210	104	432

ОТВЕТЫ – 7. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	98079	−6	1	$\frac{21}{32}$
2	4	−1	−4	1
3	− 0,5	0	0,1	−6
4	1	−2	−204 ; 4	$-3\pi + 20$
5	−68	16	0	2,5
6	4	± 20	3	8
7	000	5	3	4
8	42	4	1	8
9	8	2023	0	$-\frac{1}{5}$
10	4	15	6	11
11	III	6063	14490	36
12	2:3	48	2	90
13	20	$\frac{1}{2}$	15°	64
14	2	720	3	60°
15	4	10, 40	9	24
16	3	405	4	23
17	−1; −9	10	18	−4
18	4	9	809	7
19	6	1	$n + 6$	13
20	31	$0; -\frac{1}{2}$	15	10



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

8. КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются как рациональные, так и иррациональные числа.
7. В задачах с численным ответом нужно использовать как рациональные, так и иррациональные числа.
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 8. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\frac{2^{24} + 4^{12} + 8^8 + 16^6}{2^{26}}.$$

Задача 2. Найдите значение выражения $(\frac{|x|}{x} + \frac{|y|}{y})^3 - 8$, если $xy > 0$.

Задача 3. Если $x < 2$ и

$$\frac{1}{x} = \frac{x^3}{1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17},$$

найдите x .

Задача 4. Для целых чисел x, y и z выполняются следующие равенства:

$$x \times y = -2; \quad y \times z = -6.$$

Чему равна наибольшая сумма этих чисел?

Задача 5. Найдите $x \cdot y$, если $4y - y^2 = x^2 - 6x + 13$.

Задача 6. Найдите число A , если

$$(x - 3) \cdot (x - 1) \cdot (x + 5) \cdot (x + 7) = (x^2 - A \cdot x - 13)^2 - 64$$

тождество.

Задача 7. Чему равно наибольшее простое число, на которое делится число, равное A ?

$$A = 1 + 3 + 5 + \dots + 63 + 65$$

Задача 8. Вычислите

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{17}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15}\right) \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{13}\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{15} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{1}\right).$$

Задача 9. Если p, q и r - простые числа, такие, что $r = 99 + p = 40 + q$, найдите $p + q + r$.

Задача 10. Найдите x , если

$$(x + 1)(2x^2 + 1)(6x^2 + 2) = 3(x + 1)(4x^2 + 2)(3x^2 + 1).$$

Задача 11. Сложили углы на боковых гранях и основании пирамиды. Получилось 2160 градусов. Сколько вершин у этой пирамиды?

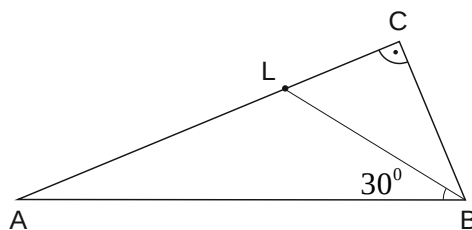
Задача 12. Пусть абсцисса и ордината точки A равны x и y соответственно и $x - y = xy = \frac{x}{y}$. В какой четверти находится точка A ?

Задача 13. Чему равно отношение площади правильного шестиугольника со стороной 1 см и площади равностороннего треугольника со стороной 2 см ?

Задача 14. Площадь и периметр прямоугольника равны, соответственно, $S\text{ см}^2$ и $P\text{ см}$. Уменьшили и длину, и ширину этого прямоугольника на 2 см . Сколько см^2 составляет площадь нового прямоугольника?

Задача 15. Сколько существует треугольников, у которых координаты вершин - натуральные числа, меньше или равные 3?

Задача 16. На чертеже $\angle ACB = 90^\circ$, BL - биссектриса и $\angle ABL = 30^\circ$.



Если $AC = 24\text{ см}$, найдите длину отрезка BL в сантиметрах.

Задача 17. Найдите

$$\frac{(b-c)^3 + (c-a)^3 + (a-b)^3}{(a-b) \cdot (b-c)}$$

Задача 18. Какое из чисел a , b и c - наименьшее?

$$a = 2^{56}, b = 18^{15}, c = 30^{11}$$

Задача 19. Сколько существует целых неотрицательных чисел x_1, x_2, x_3 , с суммой 4?

Пояснение: Количество целых неотрицательных чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, которые являются решениями уравнения $x_1 + x_2 + \dots + x_n = N$ равно C_{N+n-1}^{n-1} .

Задача 20. Если x и y - натуральные числа, такие что $xy + 2x + y = 4$, найдите $x + 2y$.

ЗИМА – 8. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения

$$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{4})^{2+4} + (\sqrt{2})^{2+4+6}$$

Задача 2. Найдите значение выражения

$$(-a + b + c)(a - b + c) - ab,$$

если $a^2 + b^2 = c^2$ и $ab = 12$.

Задача 3. Найдите

$$\sqrt{50 \cdot 72 \cdot 98 \cdot 128} - 2022$$

Задача 4. Найдите $\sqrt{\pi^2 - 4\pi + 4} + \sqrt{\pi^2 - 8\pi + 16}$

Задача 5. Найдите наибольший общий делитель чисел $2n + 23$ и $n + 15$, если n натуральное число.

Задача 6. Пусть a - натуральное число, такое что уравнение $(x + a)(x + 1) + 2 = 0$ имеет два различных действительных корня. Чему равно наименьшее значение a ?

Задача 7. Найдите x , если $2x + 3y + 6z = -1,5$ и $3x + 4y + 8z = 5$.

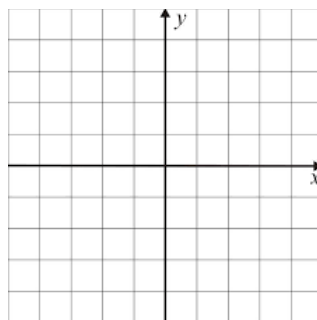
Задача 8. Сумма 100 различных натуральных чисел равна 5051. Чему равно наибольшее среди этих чисел?

Задача 9. Найдите натуральное число n , если $\sqrt{13 - \sqrt{48}} = n\sqrt{3} - 1$.

Задача 10. Для какого наименьшего натурального числа n верно неравенство?

$$(\sqrt{2} + 1)^n - (\sqrt{2} - 1)^n > 10$$

Задача 11. В прямоугольной системе координат заданы точки $A(2; 1)$ и $B(0; 3)$. Определите координаты точки M , которая является серединой отрезка AB .



Задача 12. Высота CH равнобедренной трапеции $ABCD$ ($H \in AB$) имеет длину 12 см . Если $AC = 13\text{ см}$, найдите в см^2 площадь трапеции.

Задача 13. Пусть a , b и c – стороны треугольника с площадью 8 см^2 . Если $a \leq b \leq c$, найдите наименьшую возможную длину стороны b в сантиметрах.

Задача 14. Прямоугольный параллелепипед имеет измерения 60 см , 84 см и 96 см . Его нужно разрезать на одинаковые кубики, у которых длина ребра – целое число сантиметров. Сколько таких разрезов можно сделать?

Задача 15. N -угольник ($N \geq 4$) имеет $(7N - 26)$ диагоналей. Найдите число N .

Задача 16. Одна сторона треугольника равна 10 см ; медианы, проведённые к другим сторонам, равны 9 см и 12 см . Найдите площадь треугольника.

Задача 17. Пусть a и b – целые числа. Сколько различных остатков может получиться при делении $a^2 + 3b^2$ на 8?

Задача 18. Найдите $A + B + D$, если

$$\frac{n^4 + n^2 + 1}{n^2 - n + 1} = An^2 + Bn + C + \frac{Dn + E}{n^2 - n + 1}$$

Задача 19. С помощью цифр 0, 1, 2 и 3 записаны все возможные трехзначные числа с различными цифрами. Какова вероятность того, что случайно выбранное из записанных чисел число окажется четным?

Задача 20. Если двузначное число $\overline{ab}$ делится на 9 и число $\overline{ab0ab}$ имеет 6 различных простых делителей, то чему равно число $\overline{ab}$?

ВЕСНА – 8. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения $(\sqrt{3} - 2)^{-1} + (\sqrt{3} - 2)^0 + (\sqrt{3} - 2)^1$

Задача 2. Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - 2x - 195 = 0$ и $x_1 < x_2$, найдите $x_1 + 2x_2$.

Задача 3. Найдите m , если $3x^{m^2} + 2x^{m+2} + x^4$ является одночленом.

Задача 4. Если $n = \sqrt{7}$, найдите $\frac{\sqrt{(n-2) \times (n-1) \times (n+1) \times (n+2)}}{3}$

Задача 5. Найдите наибольший общий делитель чисел $3n + 23$ и $n + 7$, если n - натуральное число.

Задача 6. Найдите $a + b + c$, если $a + 2b = 5$; $5b + 4c = 22$ и $3c + 6a = 15$.

Задача 7. Для скольких целых чисел n число, равное $(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2)$ является простым?

Задача 8. Если $\overline{xy} = (x + y)^2$, $x \neq 0$, найдите $\sqrt{\frac{yx}{2}}$. ($\overline{xy}$ -двузначное число)

Задача 9. Если $x \neq -1$, найдите

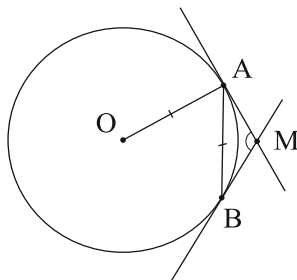
$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1}{(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)} - 2.$$

Задача 10. Найдите $\frac{4^n}{4^{n+2}} + \frac{4^{1-n}}{4^{1-n+2}}$.

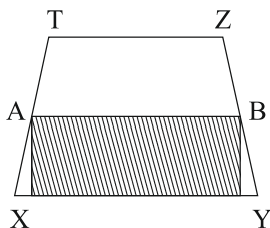
Задача 11. Найдите площадь прямоугольного треугольника со сторонами x см, $(x + 1)$ см и $(x + 9)$ см.

Задача 12. Квадрат разделен на два прямоугольника и два квадрата, один со стороной 6 см, а другой - со стороной x см. Выразите через x площадь закрашенной части.

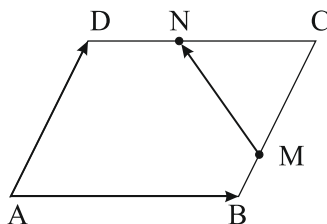
Задача 13. Если $OA = AB$, найдите $\angle AMB$ в градусах.



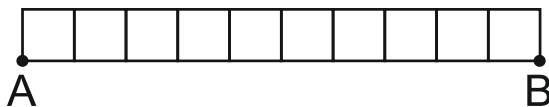
Задача 14. На рисунке точки A и B - середины боковых сторон трапеции $XYZT$ ($XY \parallel ZT, XY > ZT$). Площадь закрашенного прямоугольника равна 14 см^2 . Какова площадь трапеции $XYZT$?



Задача 15. Четырехугольник $ABCD$ - параллелограмм. Точки M и N на сторонах BC и CD , соответственно, такие, что $DN : NC = 2 : 3$ и $BM : MC = 1 : 4$. Найдите $x + y$, если $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$.



Задача 16. Сторона клеточки равна 1 см. Сколько различных путей длины 12 см, идущих по сторонам клеточек, ведет из точки A в точку B ?



Задача 17. Иван записал натуральное число с различными цифрами, произведение которых 36. Сколько всего таких различных натуральных чисел можно записать?

Задача 18. Для какого наименьшего натурального числа x верно неравенство?

$$(x - 1)(x^2 - 4x + 3) > 0$$

Задача 19. Пусть a и b - целые числа. Сколько различных остатков может получиться при делении $a^2 + b^2$ на 4?

Задача 20. Если двузначное число $\overline{ab}$ делится на 9 и имеет 6 различных делителей, то чему равно число $\overline{ab}$?

ФИНАЛ– 8. КЛАСС

Задача 1. Вычислите

$$\left((1 - \sqrt{2})^{-1} + (1 + \sqrt{2})^{-1} \right)^{-1}$$

Задача 2. Для скольких однозначных натуральных чисел N число, равное

$$\sqrt{4 + 5N} - \sqrt{7 + 2N}$$

является рациональным числом?

Задача 3. Вычислите y , если $a - x^2 + x \neq 0$ и

$$x^3 - (a + 1)x^2 + a^2 = (a - x^2 + x)(a - x + 1 + y)$$

Задача 4. Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - 4x - 621 = 0$ и $x_1 < x_2$, найдите

$$x_1 - x_2.$$

Задача 5. Найдите m , если $x^{m^2} + (m + 2)x^6 + x^4$ является одночленом.

Задача 6. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Вычислите $[\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{6}]$.

Задача 7. Найдите все натуральные числа N , такие, что среди чисел от 1 до N точно 15% делятся на 6.

Задача 8. Найдите

$$\sqrt{1 + (3 - a) \cdot \sqrt{1 + (2 - a) \cdot \sqrt{1 + (a - 1) \cdot (a + 1)}}}$$

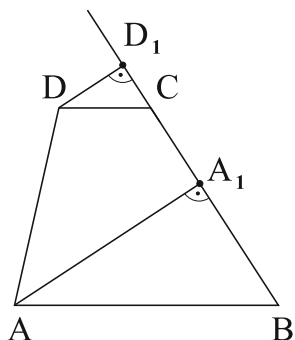
если $a < 0$.

Задача 9. Число n - натуральное число, а число, равное $n^5 + 7n$, имеет ровно 4 натуральных делителя. Найдите все возможные значения n .

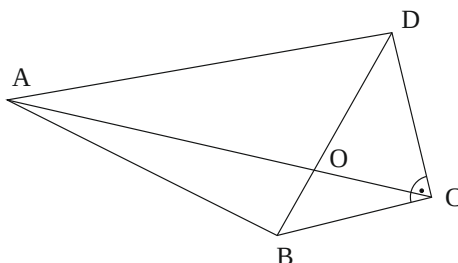
Задача 10. Какое из чисел a , b и c - наименьшее?

$$a = \sqrt{11} - \sqrt{10}; \quad b = \sqrt{12} - \sqrt{11}; \quad c = \sqrt{13} - \sqrt{12}$$

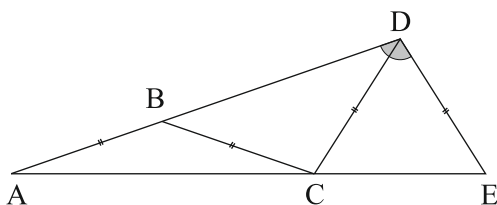
Задача 11. Четырехугольник $ABCD$ - трапеция с площадью 25 см^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$), $AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 5 \text{ см}, AA_1 = 7 \text{ см}$. Найдите длину отрезка DD_1 в сантиметрах.



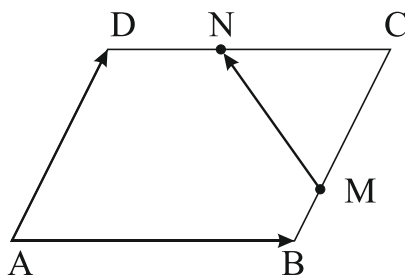
Задача 12. Для четырехугольника $ABCD$ известно, что $DB = 113 \text{ см}, BC = 112 \text{ см}, \angle BCD = 90^\circ, AO : OC = 2:1$. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



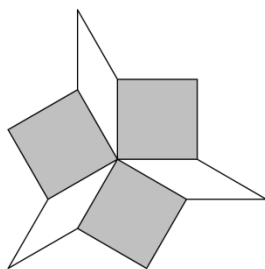
Задача 13. На чертеже $AB = BC = CD = DE$. Мера $\angle ADE$ - целое число градусов. Какое наименьшее значение может иметь мера угла ADE ?



Задача 14. Четырехугольник $ABCD$ - параллелограмм. Точки M и N на сторонах BC и CD , соответственно, такие, что $DN : NC = 1 : 2$ и $BM : MC = 1 : 3$. Найдите $x + y$, если $\overrightarrow{MN} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$.



Задача 15. Фигура на чертеже составлена из трех квадратов и трех одинаковых белых ромбов.



Периметр фигуры равен 120 см . Найдите площадь данной фигуры.

Задача 16. Если x и y - натуральные числа, такие что $xy + 3x + y = 5$, найдите $x + y$.

Задача 17. Сколько из всех произведений двух различных натуральных двузначных чисел делятся на 5?

Задача 18. Какая цифра единиц у числа, равного

$$(10^2 - 9^2) \cdot (9^2 - 8^2) \cdot \dots \cdot (2^2 - 1^2) \cdot (1^2 - 0^2)$$

Задача 19. Если $ab = a + 2b, ab \neq 0$ найдите

$$\frac{a}{b} + 4 \cdot \frac{b}{a} - ab$$

Задача 20. Пусть x и y - натуральные числа, такие что $\sqrt{2xy^2} + \sqrt{3xy}$ - натуральное число. Найдите наименьшее значение $x + y$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШАФЕТА

Ответы к каждой задаче скрыты под символами @, #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.

Задача 1. Наибольшее 4-значное число, которое может быть дискриминантом квадратного уравнения с целыми коэффициентами, равно @. Найдите @.

Задача 2. Количество различных цифр в числе, равном $(@ + 2)^3$, равно #. Найдите #.

Задача 3. Имеем цветы # видов. Из них можем составить букеты по 5 цветков & способами. Найдите &.

Задача 4. Длины ребер прямоугольного параллелепипеда в сантиметрах - натуральные числа, а площади двух граней в квадратных сантиметрах равны & и 14. Объем параллелепипеда в кубических сантиметрах обозначим V . Минимальное значение V равно §. Найдите §.

Задача 5. Если

$$A = \sqrt{\S + \sqrt{\S + \sqrt{\S + \sqrt{\S}}}}$$

наибольшее число, которое не больше A , равно *. Определите *.

ОТВЕТЫ – 8. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	9997	4	56	56	7

ОТВЕТЫ – 8. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	1	134	-3	$-\frac{1}{2}$
2	0; -16	12	17	2
3	-3	4698	2	-1
4	7	2	$\sqrt{2}$	-50
5	6	1; 7	1; 2	-2
6	-4	4	6	6
7	11	21	2	20; 40
8	0	101	3	$2 - a$
9	164	2	-1	1; 2
10	-1	3	1	c
11	8	$M(1;2)$	210	3
12	3	60	6x	2520
13	3 : 2	4	120°	64
14	$S - P + 4$	6	28	$\frac{1}{12}$
15	76	4, 13	$\frac{1}{5}$	450
16	16	72	55	2
17	$3(c - a)$	6	38	1449
18	c	2	4	5
19	15	$\frac{5}{9}$	3	-4
20	3	90	18, 45, 63, 99	8



МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦ

ФИНАЛ 2022

9-11 КЛАСС

УКАЗАНИЯ

1. Пожалуйста, не открывайте тест, пока квестор не даст разрешения.
2. Тест содержит 20 задач со свободным ответом, которые вы записываете на листе ответов. Проверяться будет только лист ответов, и результат участника будет основан на листе ответов.
3. Каждая задача оценивается в 2 балла за правильный ответ; 1 балл, если есть два или более ответов и хотя бы половина из них дана, или если в дополнение к правильному ответу дан один неправильный ответ; 0 баллов за неправильный ответ или отсутствие ответа.
4. Запрещается пользоваться учебниками, справочниками с формулами, калькуляторами, телефонами и другими электронными гаджетами.
5. Время работы над заданием не более 60 минут. В случае равенства набранных очков более высокое место в итоговой турнирной таблице достается тому, кто решил задачи за более короткое время.
6. В условиях задач используются как рациональные, так и иррациональные числа.
7. В задачах с численным ответом нужно использовать как рациональные, так и иррациональные числа.
8. Во время соревнования не допускается помощь квестора или кого-либо другого.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

ОСЕНЬ – 9. – 11. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения

$$\frac{x^3}{y^3} + 2 \cdot \frac{x^2}{y^2} + 3$$

если $|x| = |y|$ и $y \neq 0$.

Задача 2. Один из множителей выражения $x^4 + 3x^2 + 4$ равен $x^2 + x + 2$.

Найдите второй.

Задача 3. Сколько действительных корней имеет уравнение ?

$$4x^4 - 3x^3 - 2 = 0$$

Теорема Декарта или правило знаков Декарта: Число положительных корней многочлена с вещественными коэффициентами равно числу перемен знаков в ряду его коэффициентов или на чётное число меньше этого числа (корни считаются с учётом кратности, нулевые коэффициенты при подсчёте числа перемен знаков не учитываются).

Если известно, что все корни данного многочлена вещественны (как, например, для Рассматривая многочлен $f(-x)$ можно с помощью этой же теоремы найти число отрицательных корней $f(x)$).

Задача 4. Если $a \neq b$ и $x^2 - x + 1 = (x - a)(x - b)$ выполняется для всех значений x , найдите

$$\frac{a}{a-1} + \frac{b}{b-1}$$

Задача 5. Найдите остаток от деления 1234567890123456789 на 15.

Задача 6. Какое из чисел a , b и c - наибольшее?

$$a = 2^{300}, b = 3^{200}, c = 6^{100}$$

Задача 7. Найдите x , y , если

$$10y - y^2 = x^2 - 6x + 34.$$

Задача 8. Найдите

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{4}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7}\right)$$

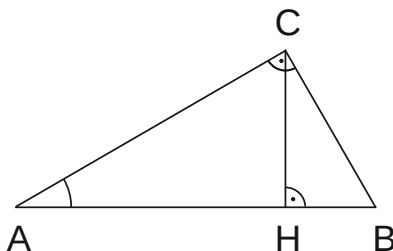
Задача 9. Найдите

$$\sqrt{7 - \sqrt{13}} - \sqrt{7 + \sqrt{13}}$$

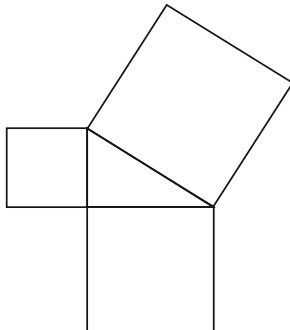
Задача 10. Сколькими способами 4 ребенка могут распределить 6 одинаковых яблок между собой? (каждый ребенок получает хотя бы 1 яблоко)

Указание: Количество натуральных чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, которые являются решениями уравнения $x_1 + x_2 + \dots + x_n = N$ равно C_{N-1}^{n-1} .

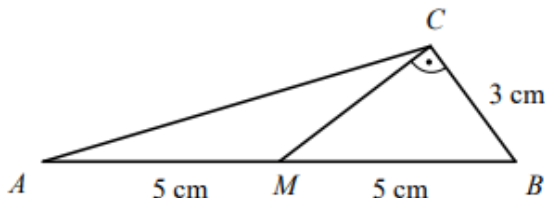
Задача 11. Если $\angle CAB = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CH \perp AB$, $H \in AB$ найдите $AH:AB$.



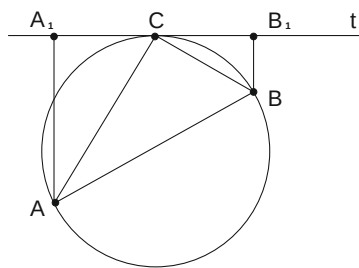
Задача 12. На каждой стороне прямоугольного треугольника с гипотенузой 4 см построено по квадрату (пифагоровы штаны), и вся фигура вписана в окружность. Найдите площадь этого треугольника.



Задача 13. Если $AM = BM = 5$ см, $CB = 3$ см, $CM \perp CB$, найдите в см^2 площадь $\triangle ABC$.



Задача 14. Расстояния от вершин A и B треугольника ABC до касательной t через вершину C к описанной окружности около этого треугольника составляют 9 см и 4 см соответственно. Найдите высоту треугольника, проведенную из вершины C.



Задача 15. Сколько всего 5-значных чисел, которые делятся на 3, можно записать различными цифрами из множества 1, 2, 3, 4, 5 и 6?

Задача 16. Сколько существует натуральных чисел n , для которых

$$\sqrt{n^2 - 10n + 25} = 5 - n ?$$

Задача 17. Для какого натурального числа N число $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ является корнем уравнения $x^4 - N x^2 + 1 = 0$?

Задача 18. Найдите x , если

$$\begin{cases} x \in (-1; 2] \\ x^3 - [x] - 2 = 0 \end{cases}$$

Пояснение: $[x]$ это наибольшее целое число, не превосходящее x .

Задача 19. Допишите после 2021... три цифры так, чтобы полученное семизначное число делилось на 7, на 8 и на 9. Запишите все возможные ответы.

Задача 20. Если

$$\begin{aligned} (1 - 2x) + (1 - 2x)^2 + (1 - 2x)^3 + (1 - 2x)^4 + (1 - 2x)^5 + (1 - 2x)^6 = \\ = a_6 x^6 + a_5 x^5 + a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \end{aligned}$$

для некоторых целых чисел $a_0, a_1, \dots, a_5, a_6$, найдите

$$\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \frac{a_4}{2^4} + \frac{a_5}{2^5} + \frac{a_6}{2^6}$$

ЗИМА – 9. – 11. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения

$$\left(\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} + \sqrt[3]{8} \right)^2$$

Задача 2. Найдите значение выражения

$$\frac{5 \cdot 14}{5 \cdot 8} + \frac{5 \cdot 14}{8 \cdot 11} + \frac{5 \cdot 14}{11 \cdot 14}$$

Задача 3. Найдите натуральное число x , если $1 + 5 + 9 + \dots + (4x - 3) + (4x + 1) = 91$

Задача 4. Вычислите $4 \cdot x + 4 \cdot y - 5 \cdot z$, если $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$

Задача 5. Целой частью $[x]$ числа x называется наибольшее целое число, не превосходящее x . Дробной частью $\{x\}$ числа x называется число $x - [x]$.

Вычислите

$$\left[\frac{\{1 + \sqrt{2}\} - \{1 - \sqrt{2}\}}{3} \right]$$

Задача 6. Вычислите $f(-2)$, если

$$1 + x \cdot f(-2 - x) = f(x)$$

.

Задача 7. Найдите x , если $2x + 3y + 5z = -1,5$ и $3x + 6y + 10z = 5$.

Задача 8. Найдите x , если

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} = -3x$$

Задача 9. Если $y = x^2 + 8x + 7$, упростите

$$(x + 1) \cdot (x + 3) \cdot (x + 5) \cdot (x + 7) - y(y + 8) + 7$$

Задача 10. Для какого наименьшего натурального числа n верно неравенство?

$$(\sqrt{3} + 1)^n - (\sqrt{3} - 1)^n > 8$$

Задача 11. N -угольник ($N \geq 4$) имеет $(4N - 9)$ диагоналей. Найдите число N .

Задача 12. В равнобедренном $\triangle ABC$ ($AC = BC = 8$ см) $\angle ABC = 75^\circ$,

$BD \perp AC, D \in AC; DE \perp BC, E \in BC$. Найдите длину CE в сантиметрах.

Задача 13. Определите острый угол ромба, в котором сторона есть среднее геометрическое его диагоналей.

Задача 14. Площадь прямоугольного треугольника с катетами a и b и с гипотенузой c равна 10 см^2 . Найдите площадь прямоугольника со сторонами, равными $(-a + b + c)$ и $(a - b + c)$.

Задача 15. Если a, b и c - стороны треугольника и

$$a = 10 \text{ см} \leq b \leq c = 13 \text{ см},$$

какую наибольшую площадь в см^2 может иметь такой треугольник?

Задача 16. Найдите

$$\frac{3\sin\alpha + 2\cos\alpha}{2\sin^3\alpha + 3\cos^3\alpha}$$

если $\operatorname{tg}\alpha = -3$.

Задача 17. Найдите натуральное число x , если $x - 1$ делится на 18, а 222 делится на $x + 1$.

Задача 18. Если

$$a_1 = 2, a_2 = 9, a_3 = 16, a_4 = 23, \dots$$

$$b_1 = 1007, b_2 = 999, b_3 = 991, b_4 = 983, \dots$$

и $a_x = b_x$, найдите x .

Задача 19. Уравнение

$$x^3 - 2(b + 1)x^2 + (2b^2 + 6b + 5)x = 0$$

имеет три действительных корня и b – параметр, действительное число. Найдите наибольший корень.

Задача 20. Сколько существует пятизначных чисел с различными цифрами, у которых первая и вторая цифры четные?

ВЕСНА – 9. – 11. КЛАСС

Задача 1. Найдите значение выражения

$$2^{12} - 2^{11} - 2^{10} - \dots - 2^2 - 2^1 - 2^0$$

Задача 2. Для скольких простых чисел p выполняется неравенство

$$p^3 > 16 > p$$

Задача 3. Найдите значение выражения

$$\left(\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} \right) \cdot (2 + \sqrt{5})$$

Задача 4. Если $x = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$, найдите

$$|x| + |x - 1| + 2x + 1$$

Задача 5. Если неупорядоченная пара чисел (n, m) является решением системы уравнений

$$\begin{cases} xy = 4 \\ x^2y + y^2x + x + y = 30 \end{cases}$$

найдите $n^2 + m^2$.

Задача 6. Найдите $x \cdot y \cdot z$, если

$$\begin{cases} 3^x = 5 \\ 5^y = 7 \\ 7^z = 81. \end{cases}$$

Задача 7. Найдите значение $A - B$, если

$$\sqrt{A^2 + 6A + 13} + \sqrt{B^2 - 1} = 2.$$

Задача 8. Найдите

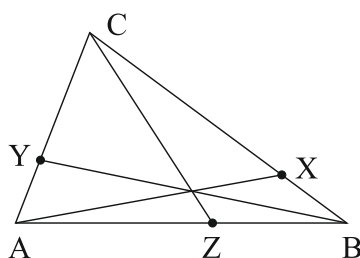
$$\sin^2 15^\circ + \sin^2 25^\circ + \sin^2 35^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 55^\circ + \sin^2 65^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 90^\circ$$

Задача 9. Для какого наименьшего натурального числа x верно неравенство?

$$(x - 5)(x^2 - 4x + 4) \geq 0$$

Задача 10. Для каких натуральных чисел n $\frac{6}{n-1}$ и $\frac{14}{2n-1}$ - натуральные числа?

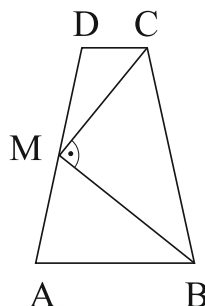
Задача 11. Точки X , Y и Z лежат на сторонах BC , CA и AB треугольника ABC .



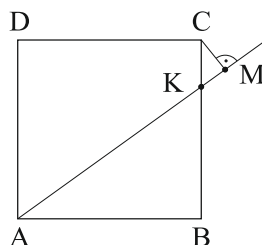
Если прямые AX , BY и CZ пересекаются в одной точке и $\frac{AY}{YC} = \frac{1}{2}$, $\frac{BX}{XC} = \frac{1}{3}$, найдите

$$\frac{S_{\Delta AZC}}{S_{\Delta ABC}}$$

Задача 12. В равнобедренной трапеции $ABCD$ точка M — середина боковой стороны AD , $BC = 2$ см, $\angle CMB = 90^\circ$. Найдите периметр этой трапеции.



Задача 13. Дан квадрат $ABCD$ со стороной 4 см. Точка K принадлежит стороне BC и $CK = 1$ см. Найдите расстояние в см от вершины C до прямой AK .



Задача 14. Числа 8^{16} и 625^{12} записаны одно за другим. Сколько всего цифр записано?

Задача 15. Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?

Задача 16. Известно что $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = 2$ и $\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = 3$. Найдите $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$.

Задача 17. При делении двузначного числа $\overline{ab}$ на 9 получился остаток 1. При делении этого числа на 10 получился остаток 2. Найдите число $\overline{ab}$.

Задача 18. Найдите

$$\frac{a}{a+2} + \frac{4a^{-1}}{4a^{-1}+2}$$

Задача 19. Если $a^2 + b^2 = 6ab$, найдите

$$\frac{4ab\sqrt{2}}{|a^2 - b^2|}.$$

Задача 20. Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - 2x - 2022 = 0$, найдите $2x_1 + x_2^2$.

ФИНАЛ – 9. – 11. КЛАСС

Задача 1. Вычислите N , если

$$\sqrt[4]{2 \cdot 2^{98} + 7 \cdot 2^{99}} \cdot \sqrt{2} = 2^N$$

Задача 2. Если a и b – корни уравнения $x^2 + x - 999 = 0$, найдите

$$a^2 + 3b^2 + 2ab + 2b$$

Задача 3. Какой остаток при делении на 5 дает натуральное число N , если число, равное

$$\frac{29 + 4 \cdot N^2}{9}$$

является точным квадратом?

Задача 4. Найдите сумму действительных чисел x , y и z , если

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2xy - z^2 = 2 \end{cases}$$

Задача 5. Найдите произведение обратных значений x и y , если выполняется равенство

$$(x^2 - x + 1)(3y^2 - 2y + 3) = 2.$$

Задача 6. Вычислите y , если $a - x \neq 0$ и

$$x^3 - (a + 1) \cdot x^2 + a^2 = (a - x^2 + x + y) \cdot (a - x)$$

Задача 7. Найдите наибольшее значение натурального числа N , для которого среди чисел от 1 до N точно 8% делятся на 11.

Задача 8. Найдите все целые значения n , при которых выражение

$$\frac{n^2 + 4n - 3}{n + 2}$$

принимает целые значения.

Задача 9. Чему равно наименьшее 3-значное число $\overline{abc}$, если шестизначное число $\overline{abcabc}$ имеет точно 16 натуральных делителей?

Задача 10. Найдите все числа $x \in (0; 2\pi)$, для которых

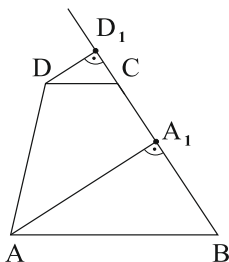
$$\sqrt{\sin x + 5 - 4\sqrt{\sin x + 1}} = 2 - \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Задача 11. Сколько существует различных пирамид, все рёбра которых равны 1 см?

Задача 12. Самая длинная сторона треугольника имеет длину $c = 2$ см, самая короткая имеет длину $a = \sqrt{2}$ см. Какую наибольшую площадь может иметь такой треугольник?

Задача 13. Пусть O центр окружности, описанной около $\triangle ABC$. Найдите $\angle AOB$, если $AOBC$ – ромб.

Задача 14. Четырехугольник $ABCD$ - трапеция с площадью 25 см^2 ($AB \parallel CD, AB > CD$), $AA_1 \perp BC, A_1 \in BC, DD_1 \perp BC, D_1 \in BC, BC = 5 \text{ см}, AA_1 = 7 \text{ см}$.
Найдите длину отрезка DD_1 в сантиметрах.



Задача 15. Найдите наименьшее количество хорд в данной окружности таких, что число их различных точек пересечения внутри окружности равно 20.

Задача 16. Вычислите произведение целых чисел x, y и z , если выполняются все три условия:

$$\begin{cases} x^2 + 2x \leq y \\ y^2 + 2y \leq z \\ z^2 + 2z \leq x \end{cases}$$

Задача 17. Найдите все целые числа n , при которых

$$|n^2 - 12n - 13|$$

является простым числом.

Задача 18. Имеем цветы 4 видов. Сколькими способами из них можно составить букеты по 5 цветков? Считается, что цветки одного вида не различаются.

Задача 19. Сколько из всех произведений двух различных натуральных двузначных чисел делятся на 5?

Задача 20. Найдите

$$\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{n \cdot (n+2)}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{(n+1) \cdot (n+3)}\right)$$

9 – 11 класс

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЭСТАФЕТА

Ответы к каждой задаче скрыты под символами @ , #, &, § и * и используются при решении следующей задачи. Каждая команда заполняет общий лист ответов.

Задача 1. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 80 см, а длины катетов - целые числа сантиметров. Наименьшая сторона этого треугольника равна @ см. Найдите @.

Задача 2. Если

$$A = \underbrace{44 \dots 4}_{2 \cdot @ \text{ цифр } 4}, \quad B = \underbrace{11 \dots 1}_{@+1 \text{ цифр } 1}, \quad C = \underbrace{66 \dots 6}_{@ \text{ цифр } 6}, \quad D = \sqrt{A + B - C},$$

число $3 \cdot D$ записывается # цифрами. Найдите #.

Задача 3. В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) проведен отрезок с концами на боковых сторонах трапеции, параллельный основаниям и делящий ее на две равновеликие трапеции. Найти & см - длину в сантиметрах этого отрезка, если $AB^2 + CD^2 = \# + 1 \text{ см}^2$

Задача 4. Число действительных корней уравнения $x^2 - \sqrt{\& - x} = \&$ равно §. Найдите §.

Задача 5. Пусть * - остаток от деления числа $§^{2202}$ на 100. Найдите

ОТВЕТЫ – 9. – 11. КЛАСС

Задача	1	2	3	4	5
Ответ	48	49	5	2	4

ОТВЕТЫ – 9. – 11. КЛАСС

Задача \ ТУР	ОСЕНЬ	ЗИМА	ВЕСНА	ФИНАЛ
1	6; 4	8	1	26
2	$x^2 - x + 2$	3	5	1999
3	2	6	1	2
4	1	-3	2	2
5	9	-1	28	6
6	b	-1	4	0
7	15	-8	-2; -4	75
8	10,5	-1	4,5	-9; -3; -1; 5
9	$-\sqrt{2}$	7	2	101
10	10	3	4	$\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$
11	3:4	9	$\frac{3}{5}$	3
12	4	6	6	$\frac{\sqrt{7}}{2}$
13	12	30°	0,8	120°
14	6	40	49	3
15	240	60	8375	7
16	5	$\frac{70}{51}$	6	0; - 1
17	10	1, 73	82	0, 12
18	$\sqrt[3]{3}$	68	1	56
19	2021040, 2021544	0	1	1449
20	- 6	5376	2026	$\frac{2(n+2)}{n+3}$

ISSN 2367-654X

„Образование без граници- мотиви, реализация, амбиции”

Брой 24 Година 9

Издател: СНЦ „Педагогическа асоциация Образование без граници”

гр. Стара Загора, ул. Георги Сава Раковски № 90,

Любомир Любенов – Председател на Управителния съвет

Печат: „Рекламен Център – Ориндж” ООД

гр. Стара Загора, ул. Цар Иван Шишман №105

Дадена за печат: 15.09.2022 г. Излязла от печат: 22.09.2022 г.

Адрес за кореспонденция: Стара Загора, 6000, пк 288

e-mail: mwb_bg@abv.bg; mwb_bg@mathematicalmail.com

[http://www. mathematicalmail.com](http://www.mathematicalmail.com)

ISSN 2367-654X

„Образование без граници - мотиви, реализация, амбиции”

Number 24 Volume 9

Published by

Education without Borders Pedagogical Association, Bulgaria

Bulgaria, Stara Zagora 6000, po box 288

e-mail: mwb_en@abv.bg; mwb_en@mathematicalmail.com

[http://www. mathematicalmail.com](http://www.mathematicalmail.com)